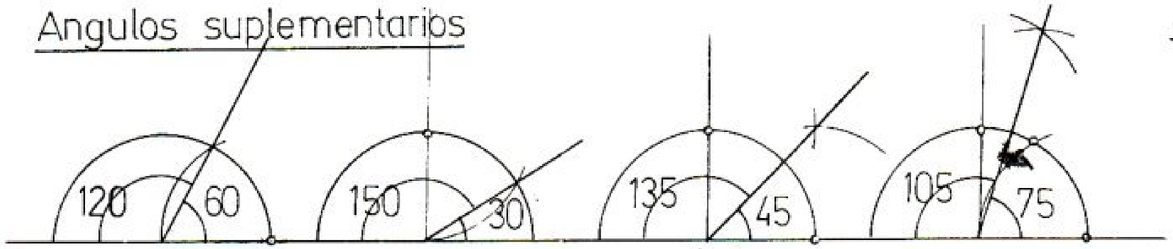
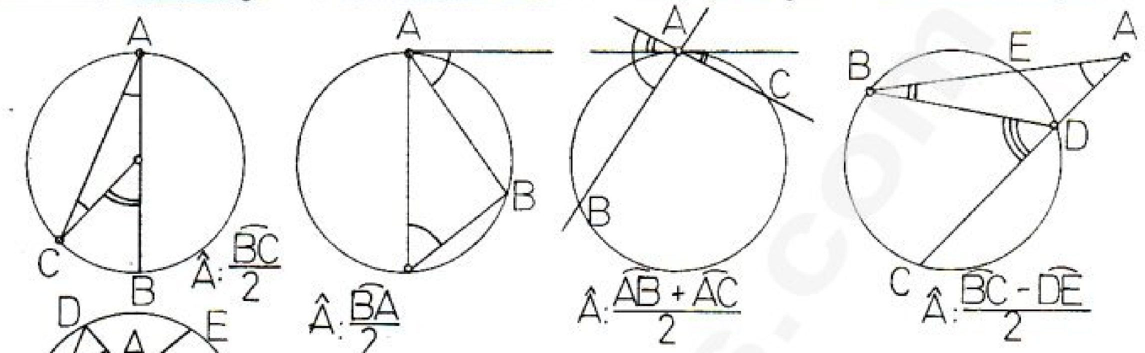
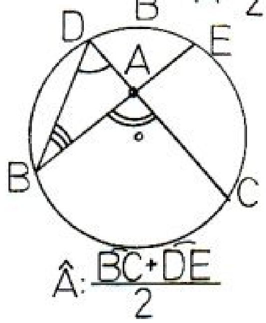
Angulos suplementarios

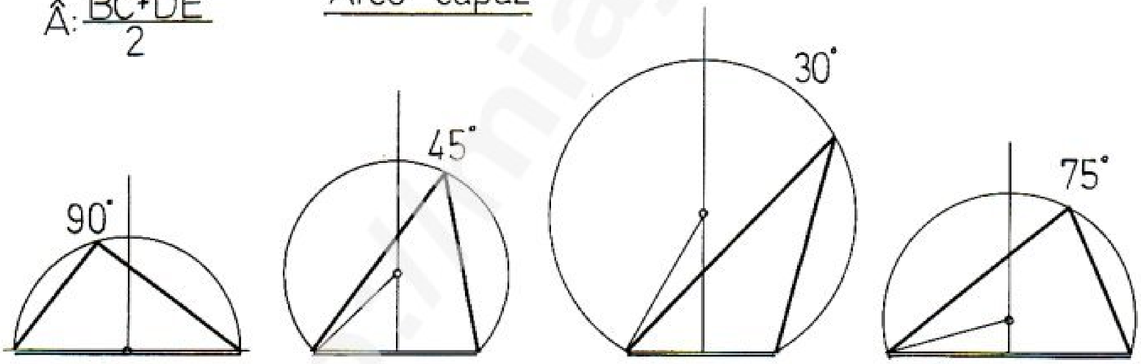


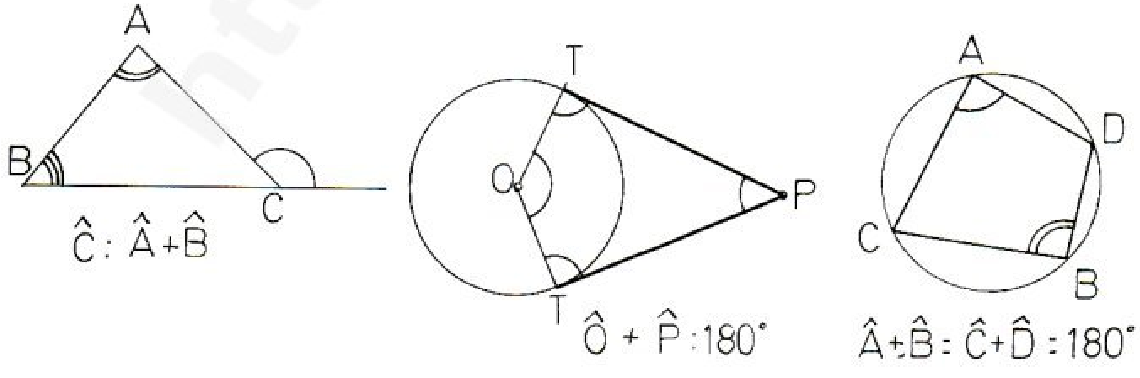




Angulos en la circunferencia

Arco capaz

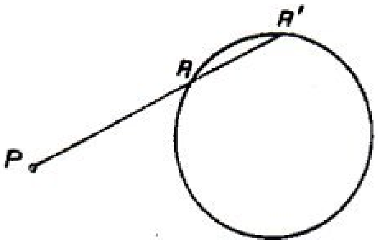




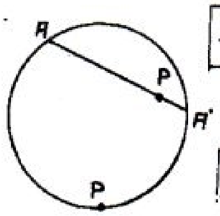
TEMA: POTENCIA

Se llama potencia de un punto respecto de una circunferencia al producto constante PA x PA' de la secante que, pasando por P corta a la circunferencia.

La potencia de un punto será positiva, nula o negativa, según que dicho punto sea exterior, esté en la circunferencia o dentro de ella.La potencia de un punto exterior es igual al cuadrado del segmento de tangente comprendido entre el punto P y el punto de tangencia.

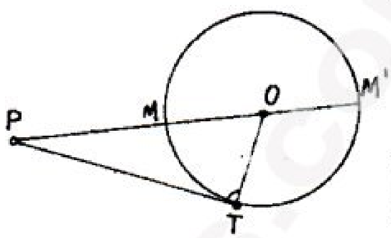


$$\boxed{K = \overline{PA} \cdot \overline{PA'}}$$



$$\boxed{-K = \overline{PA} \cdot \overline{PA'}}$$

$$\boxed{K = 0}$$



$D = \overline{PO}$

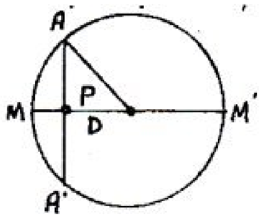
$k = \overline{PM} \cdot \overline{PM'}$

$K = (D-R)\cdot(D+R)$

$$\boxed{K = D^2 - R^2}$$

$$\boxed{K = \overline{PT}^2}$$

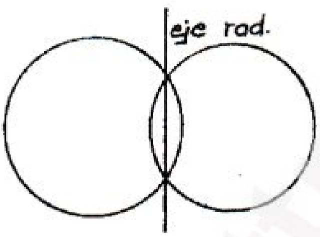
La potencia de un punto interior es igual y de signo contrario, al cuadrado de la semicuerda perpendicular al diámetro que pasa por ese punto.

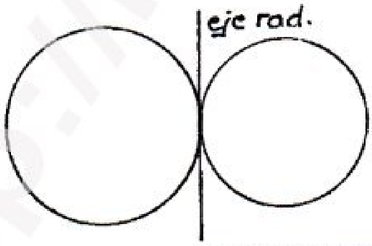


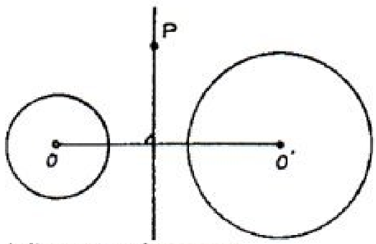
$$-K = \overline{PM} \cdot \overline{PM'}$$
$$= (R-D) \cdot (R+D)$$
$$= \boxed{R^2 - D^2 = -(D^2 - R^2)}$$

$$\text{POTENCIA DE } P = \left(\frac{\overline{AA'}}{2}\right)^2$$

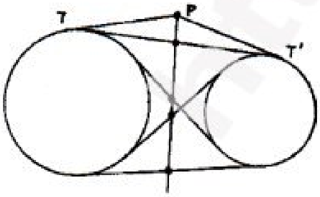
EJE RADICAL es el lugar geométrico de los puntos de igual potencia respecto de dos circunferencias. El eje radical de dos circunferencias es una recta perpendicular a la línea que une los centros.







Cuando las circunferencias son secantes, el eje radical es la cuerda común. Si son tangentes, es la tangente común.

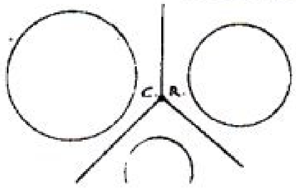


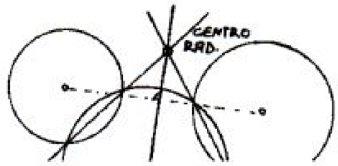
$$\sqrt{K} = \boxed{\overline{PT} = \overline{PT'}}$$

Propiedades:

- desde un punto del eje radical pueden trazarse tangentes iguales a las dos circunferencias.
- El eje radical pasa por el punto medio de las tangentes comunes a ambas circunferencias.

CENTRO RADICAL es un punto que tiene igual potencia respecto a tres circunferencias. Si las circunferencias se cortan dos a dos, las tres cuerdas comunes son concurrentes.



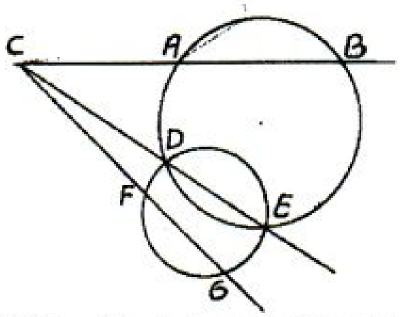


INVERSIÓN.

Dos puntos son inversos cuando:

a) están alineados con otro llamado centro de inversión.

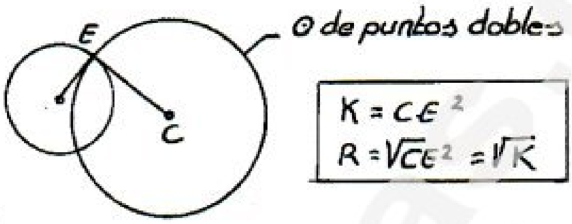
b) El producto de las distancias de los puntos al centro de inversión es una constante (potencia de inversión)



$$\boxed{CA \cdot CB = K}$$

DOS PARES DE PUNTOS INVERSOS SON CONCÍCLICOS

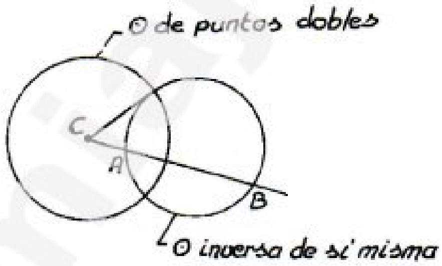
Circunferencia de puntos dobles:
Es aquella que contiene los puntos inversos de sí mismos= puntos cuya distancia al C. De inversión es la raiz cuadrada de la potencia de inversión.



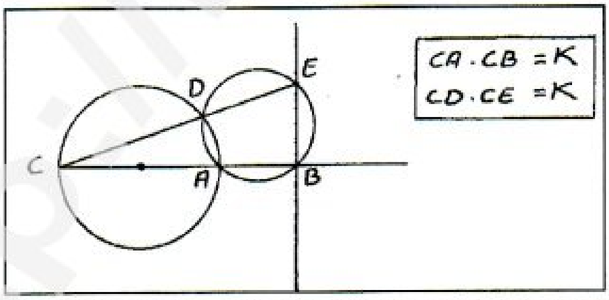
$$\boxed{\begin{array}{l} K = CE^2 \\ R = \sqrt{CE^2} = \sqrt{K} \end{array}}$$

Circunferencia inversa de sí misma: es aquella formada por pares de puntos inversos

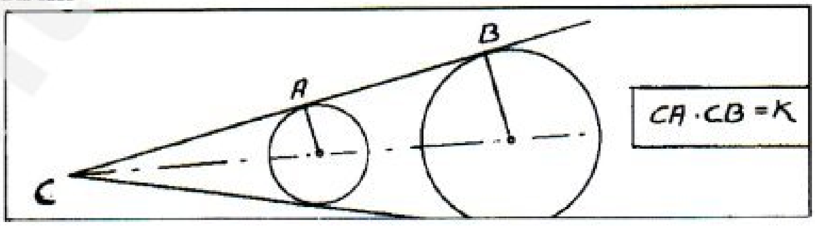
$$\boxed{CA \cdot CB = K}$$

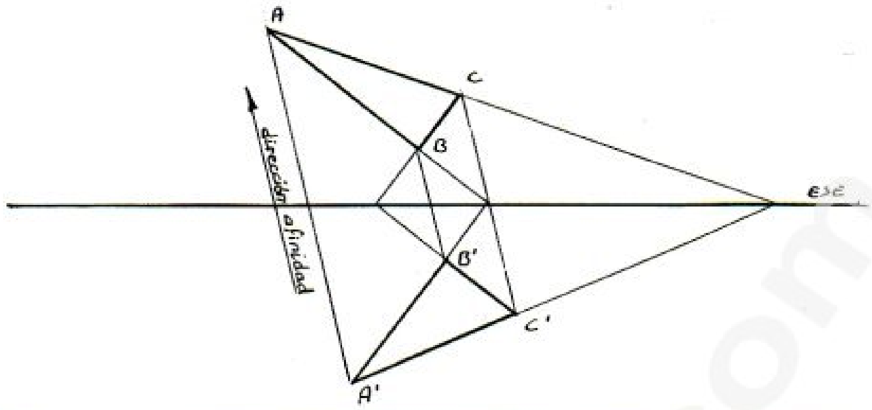


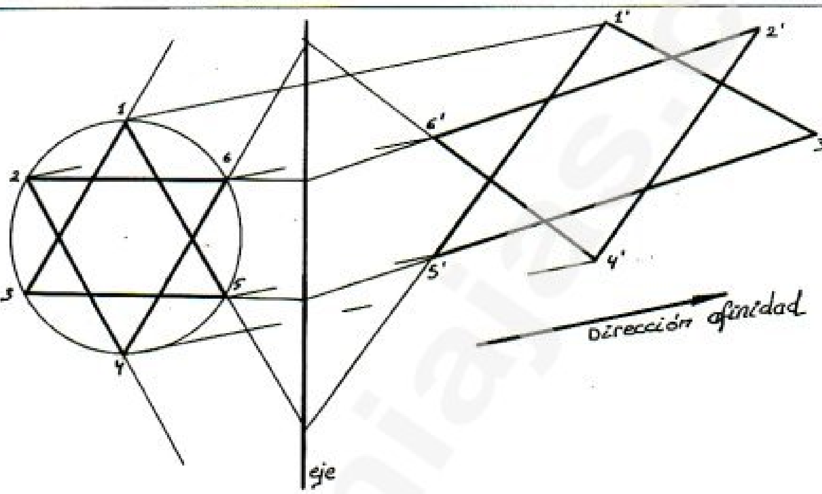
La inversa de una circunferencia que pasa por el centro de inversión es una recta que NO pasa por él y es perpendicular a la recta que une ambos centros.

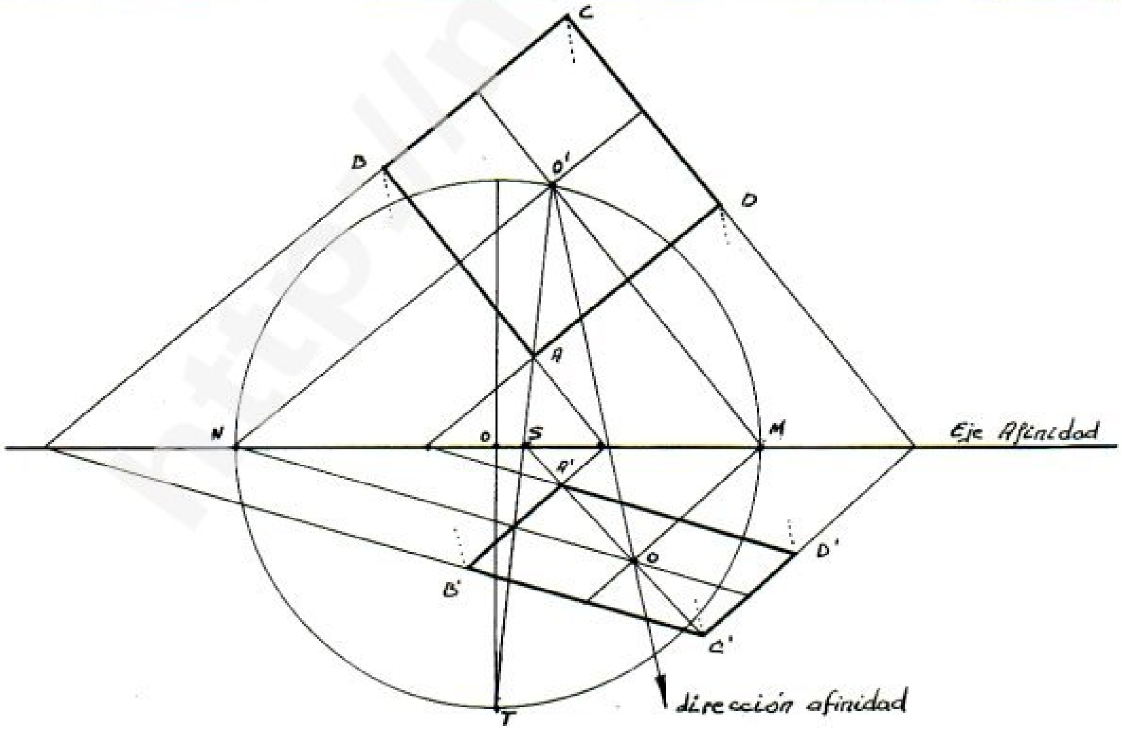


La inversa de una circunferencia que NO pasa por el centro de inversión es otra circunferencia que tampoco pasa por él y es homotética con la dada

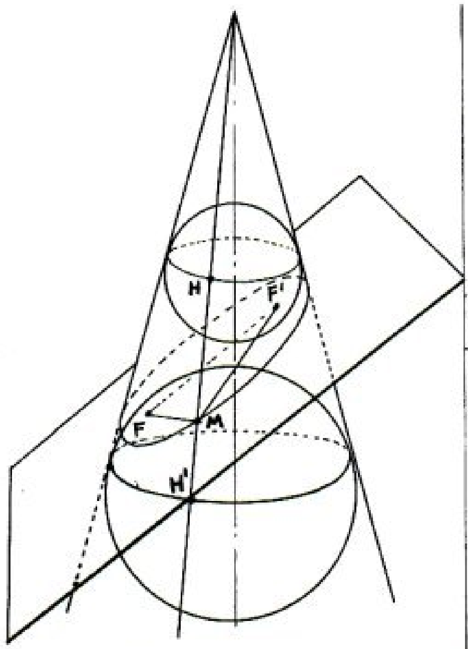


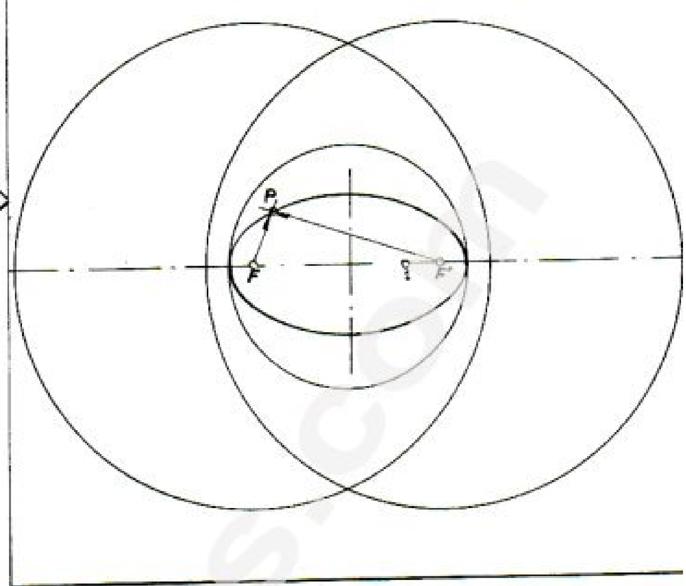

A
C
B
B'
C'
A'
dirección afinidad
EJE

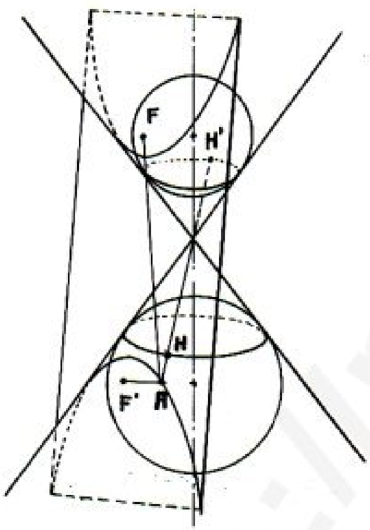

1
2
3
4
5
6
1'
2'
3'
4'
5'
6'
Dirección afinidad
eje

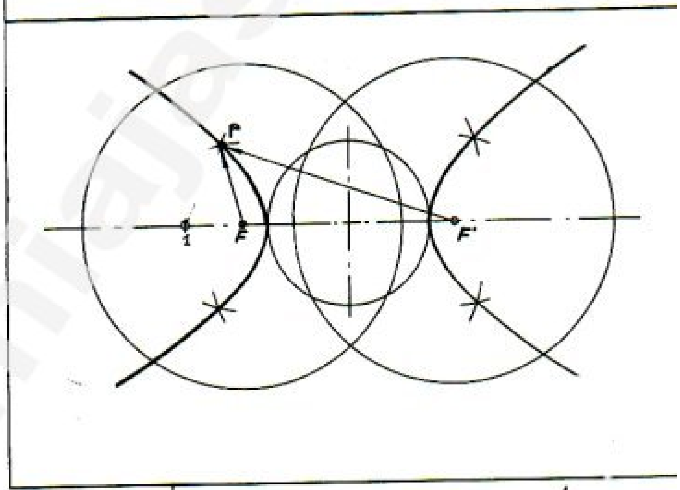

C
B
O'
D
A
N
O
S
M
A'
Eje Afinidad
D'
O
B'
C'
T
dirección afinidad

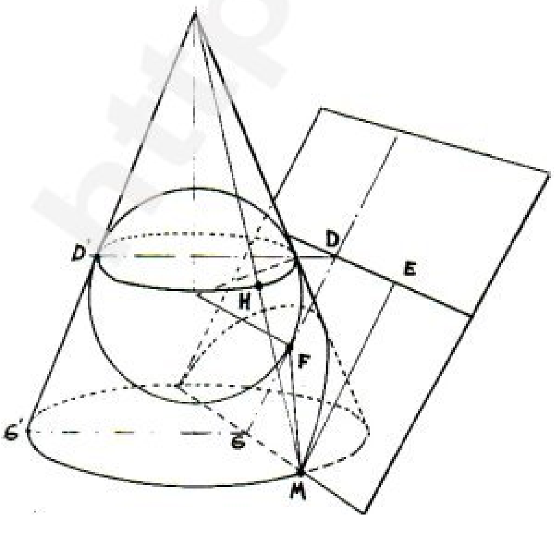
-curvas cónicas.

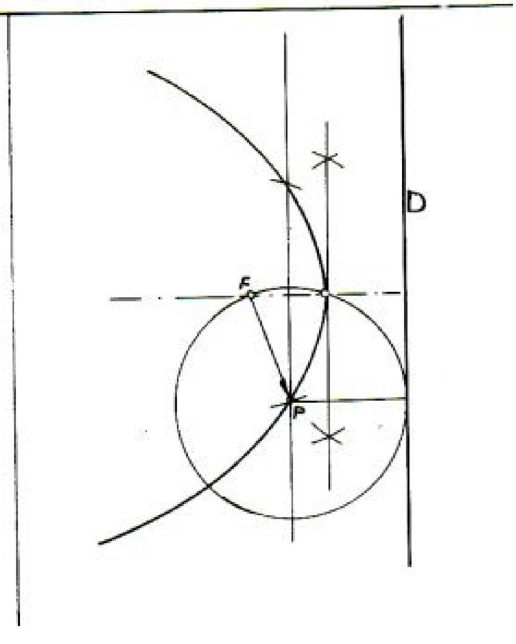


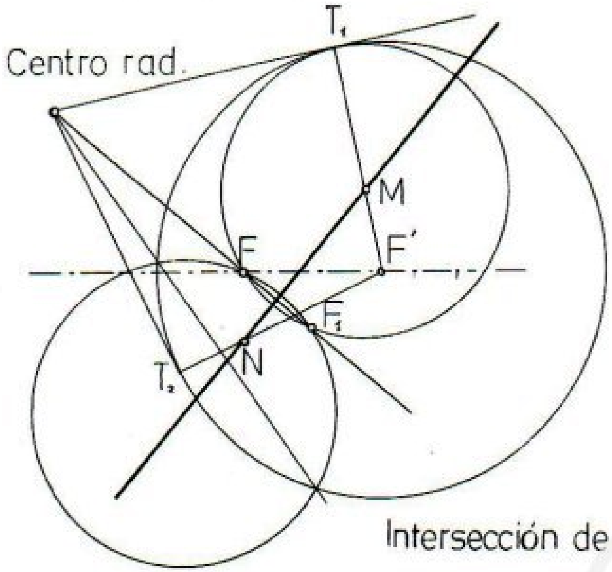


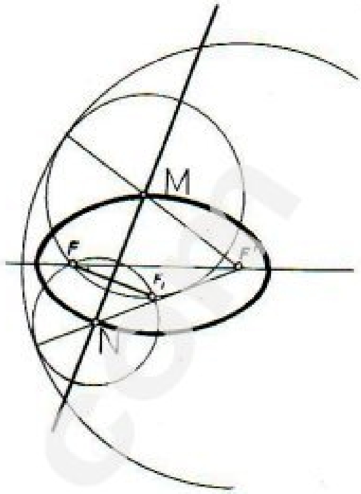




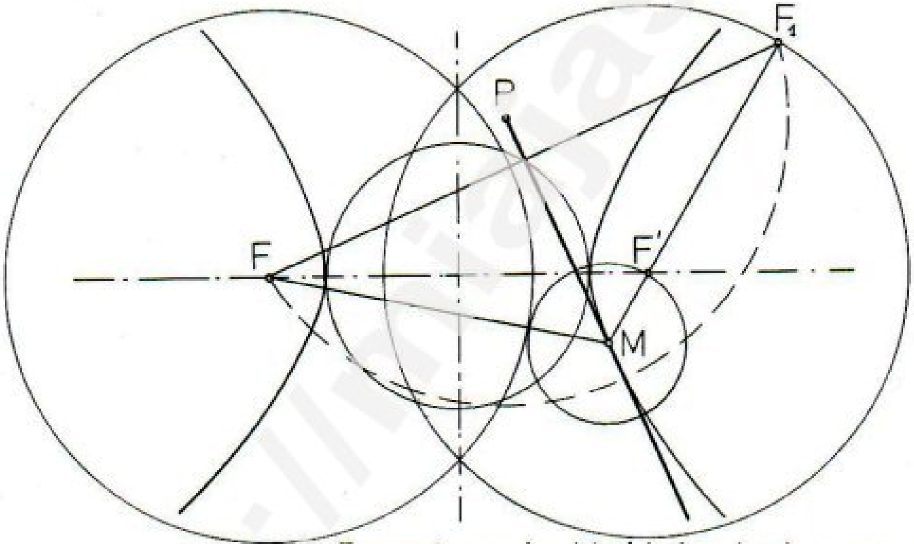




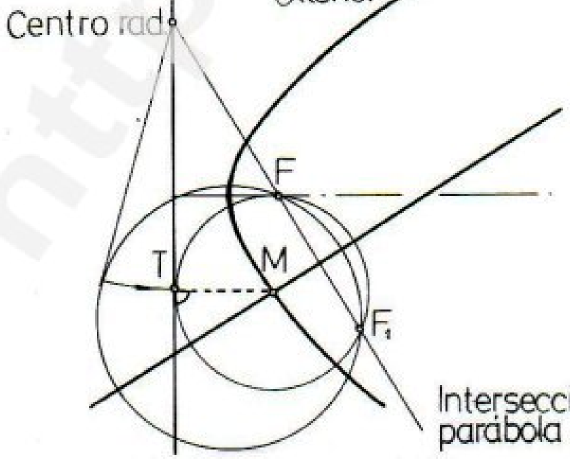




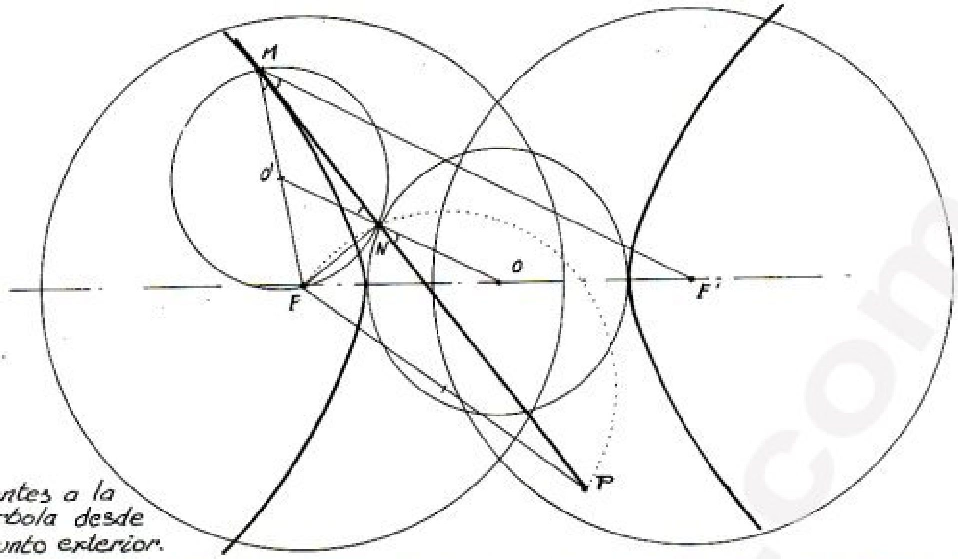
Intersección de una recta con la elipse



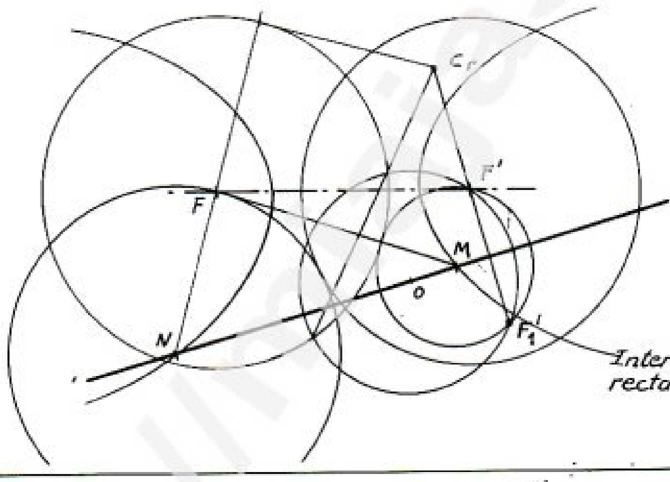
Tangente a la hipérbola desde un punto exterior



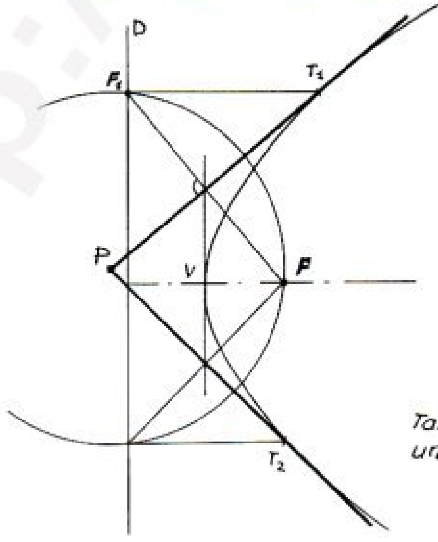
Intersección de una recta con la parábola.



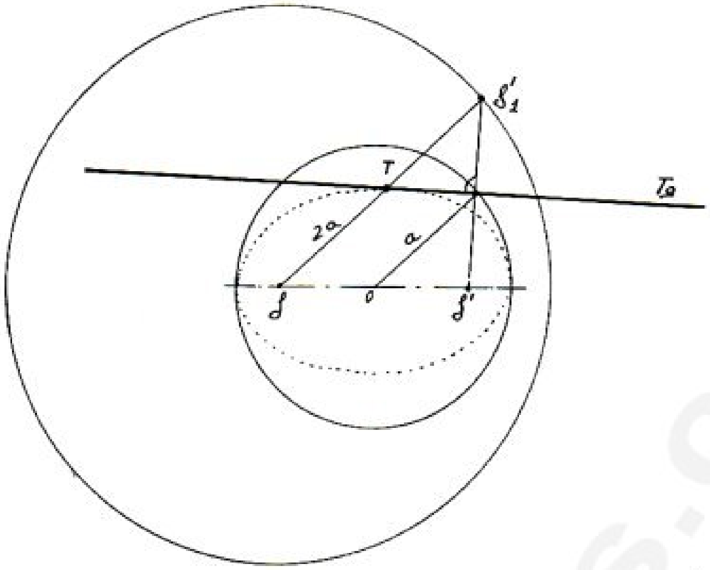
Tangentes a la hipérbola desde un punto exterior.

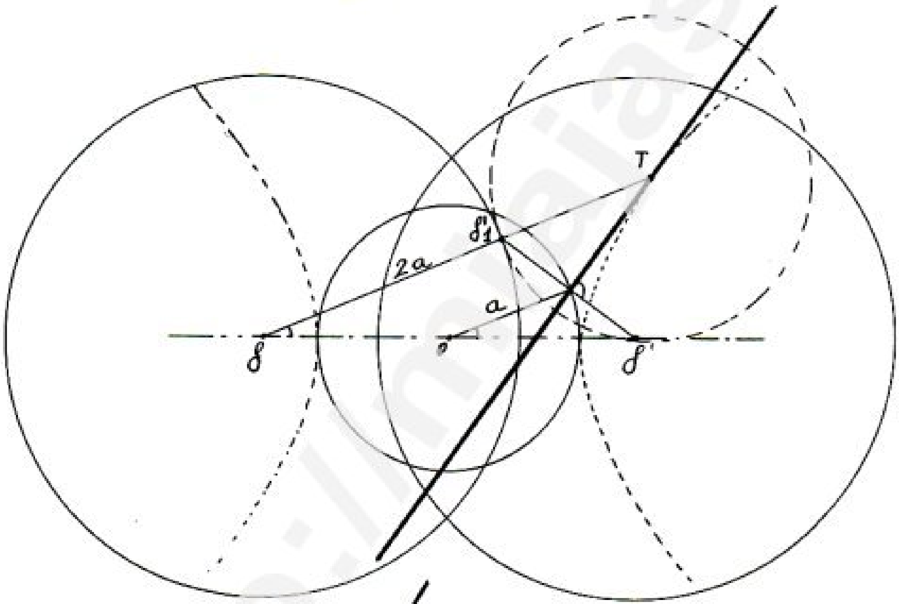


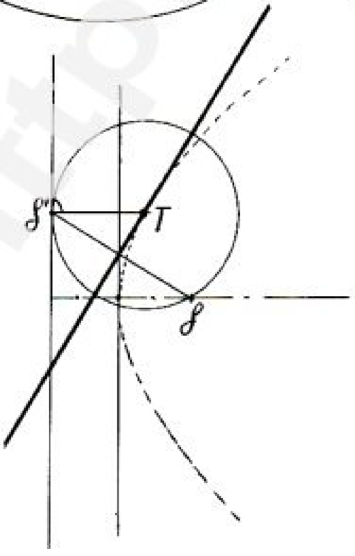
Intersección de una recta con la hipérbola.



Tangentes a la parábola desde un punto exterior.

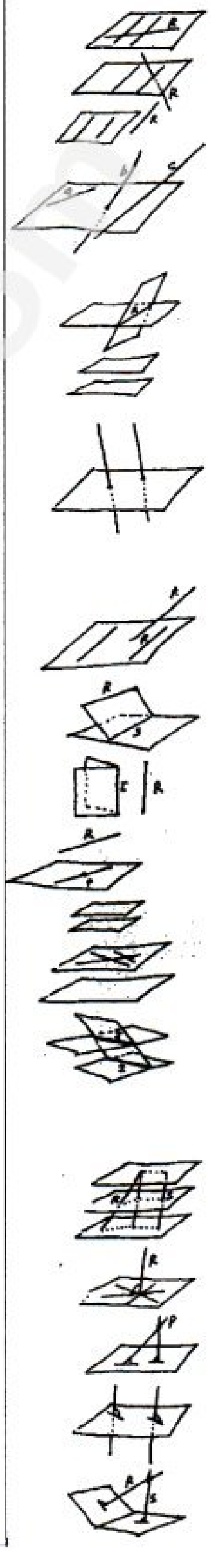






– tangentes a la elipse, hipérbola y parábola.

GEOMETRIA DEL ESPACIO. GENERALIDADES.



1. Plano. Delimitado por:
   - 3 puntos no alineados
   - una recta y un punto fuera de ella
   - dos rectas que se cortan
   - dos rectas paralelas.

   Si una recta tiene 2 puntos en el plano está toda ella contenida en él.

2. Intersección de planos.
   - Si dos planos tienen 1 punto en común, también tienen 1 recta.
   - Por 3 puntos no alineados sólo puede pasar 1 plano.

3. Posición de las rectas en el espacio: dos rectas
   - se cortan (tienen 1 punto común)
   - son paralelas (no tienen ningún punto común)
   - se cruzan (no tienen ningún punto común)

   Si una recta corta a una de dos paralelas en el mismo plano, corta también a la otra.
   Si no está en el plano, corta a una y se cruza con la otra.
   Dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí.

4. Posiciones de recta y plano.
   - la recta está en el plano.
   - Tiene un punto en él
   - No tiene ningún punto en él

   Recta y plano son paralelos cuando no tienen ningún punto en común.

5. Posiciones de dos planos:
   - tienen una recta en común
   - no tienen ninguna recta en común

   Dos planos son paralelos cuando no tienen ninguna recta en común.

6. Rectas paralelas.
   - dos rectas son paralelas cuando están en el mismo plano y no tienen ningún punto en común.
   - Si un plano corta a una de dos paralelas, corta también a la otra.
   - Por un punto exterior a una recta sólo puede trazarse una paralela a esa recta.

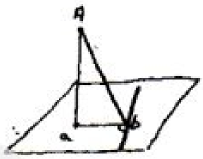
7. Rectas y planos paralelos.
   - si una recta es paralela a otra recta de un plano, es paralela al plano o está contenida en él.
   - Si una recta es paralela a un plano, otro plano que pase por la recta y corte al primero, lo corta según una paralela a la dada.
   - Toda paralela a dos planos que se cortan es paralela a su intersección.
   - Cuando una recta es paralela a un plano, la paralela trazada a esta por un punto del plano está contenida en él.

8. Planos paralelos.
   - dos planos son paralelos cuando no tienen ningún punto en común.
   - Todas las rectas situadas en un plano paralelo a otro, son paralelas al segundo.
   - Si cortamos dos planos paralelos por otro, las intersecciones son paralelas.
   - Por un punto exterior a un plano sólo puede trazarse un plano paralelo.
   - Dos planos paralelos a un tercero son paralelos entre sí.
   - Si un plano corta a uno de dos planos paralelos, corta también al otro.
   - Tres planos paralelos cortan a dos rectas cualesquiera, según segmentos homólogos proporcionales

9. Rectas y planos perpendiculares.
   - una recta y un plano son perpendiculares cuando la recta es perpendicular a todas las rectas del plano.
   - Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos.
   - Por un punto dado sólo se puede trazar una perpendicular a un plano.
   - Todo plano perpendicular a una de dos rectas paralelas lo será también a la otra.
   - Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular a uno lo será tambien al otro.
   - Dos planos perpendiculares a dos rectas que se cortan, también se cortan.

Teorema de las 3 perpendiculares.

Si por el pié de una perpendicular a un plano, se traza la recta perpendicular a otra situada en él; la recta que pasa por el pié de ésta segunda perpendicular y otro punto de la primera, es perpendicular a la recta del plano.

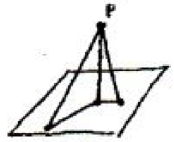


10. Perpendiculares y oblicuas a un plano.

Si desde un punto exterior a un plano, se trazan segmentos oblicuos y el perpendicular..

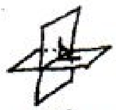
- el perpendiculare es el menor
- dos segmentos oblicuos cuyos poes equidistan del de la perpendicular son iguales
- el que más se aparta de dicho pie es mayor.

La mínima distancia de un punto del espacio a un plano es la perpendicular trazada a él.



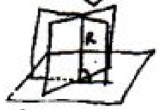
11. Planos perpendiculares.

- Cuando dos planos se cortan formando 4 ángulos diedros consecutivos iguales, éstos son rectos y los planos perpendiculares.
- La suma de todos los diedros que se pueden formar alrededor de una arista vale 4 rectos.
- Por un punto de un plano, sólo se puede trazar una perpendicular a éste.
- *Si una recta es perpendicular a un plano, todos los planos que pasen por esa recta son perpendiculares al primero.*



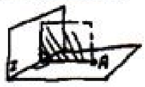
- Para trazar por una recta cualquiera AB un plano perpendiculara a otro, basta trazar por A una perpendicular al plano. El plano que forman las dos rectas es el buscado.

- Si dos planos son perpendiculares, la perpendicular trazada en uno a la intersección, es perpendicular al otro.

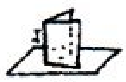


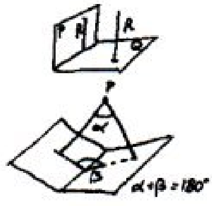
- Si un plano es perpendicular a a una recta de otro plano, lo será también a éste plano.
- Si dos planos que se cortan son perpendiculares a un tercero, su intersección también lo será.

- Si una recta R y un plano P son perpendiculares a otro Q, ambos son paralelos o la recta está en el plano.



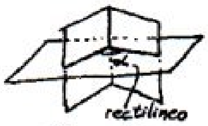
- Si los lados de un ángulo plano son perpendiculares a las caras de un diedro, el ángulo plano y el diedro son iguales o suplementarios.



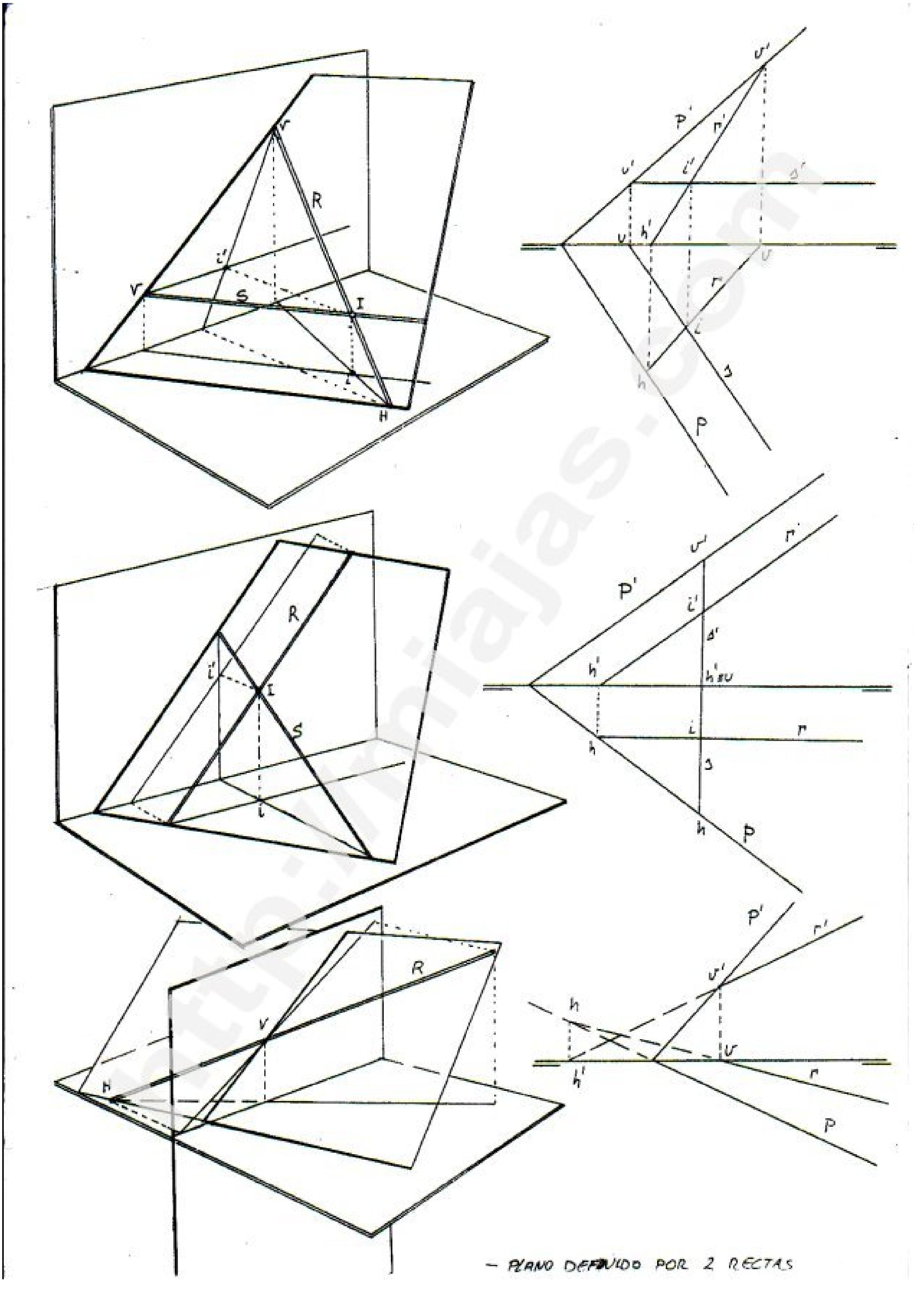


12. Angulos diedros.

- Cuando dos semiplanos con igual borde dividen el espacio en dos regiones, cada una se denomina ángulo diedro.
- Sección normal de un diedro (rectilineo) es la sección por un plano perpendicular a la arista.

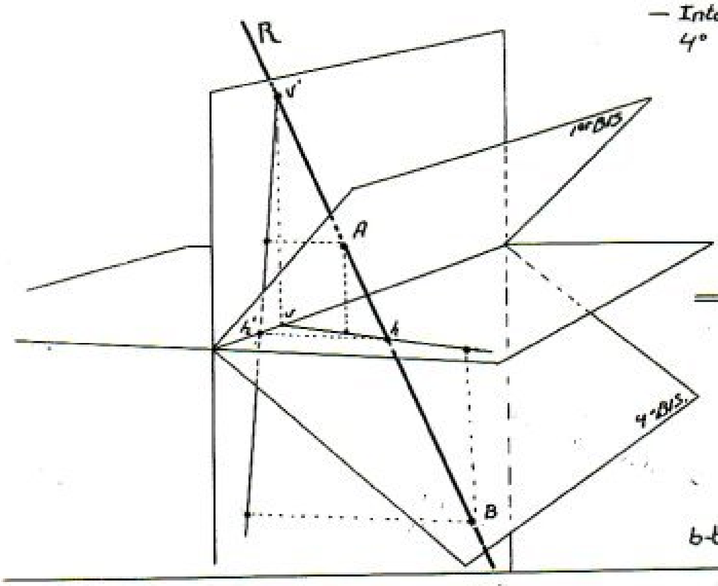


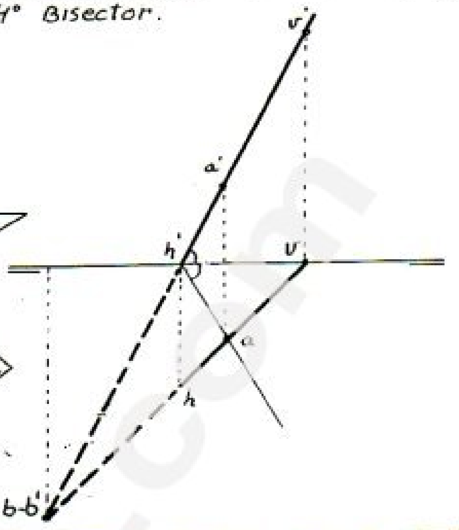
- Dos diedros son iguales si sus rectilineos lo són.



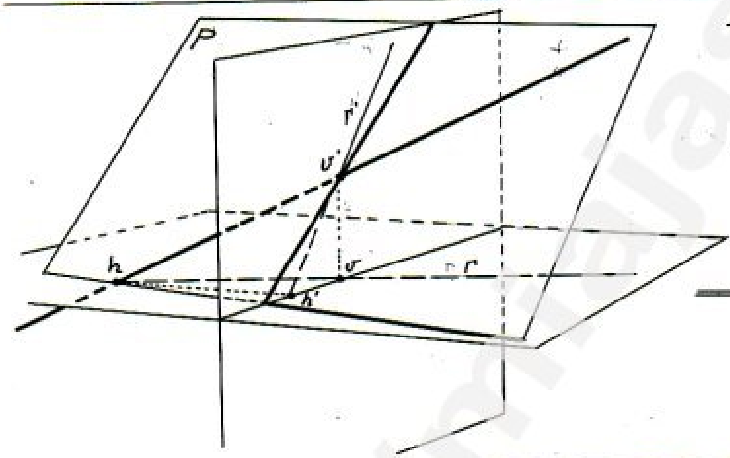
— PLANO DEFINIDO POR 2 RECTAS

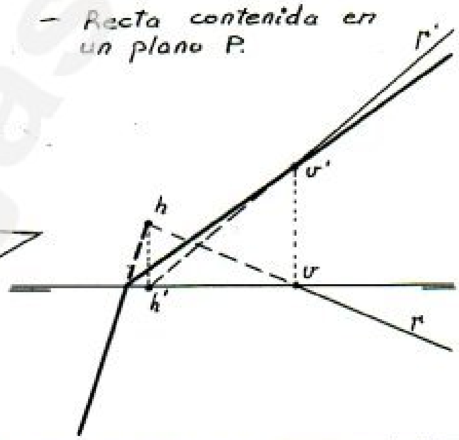
— Intersección de R con el 1° y 4° Bisector.

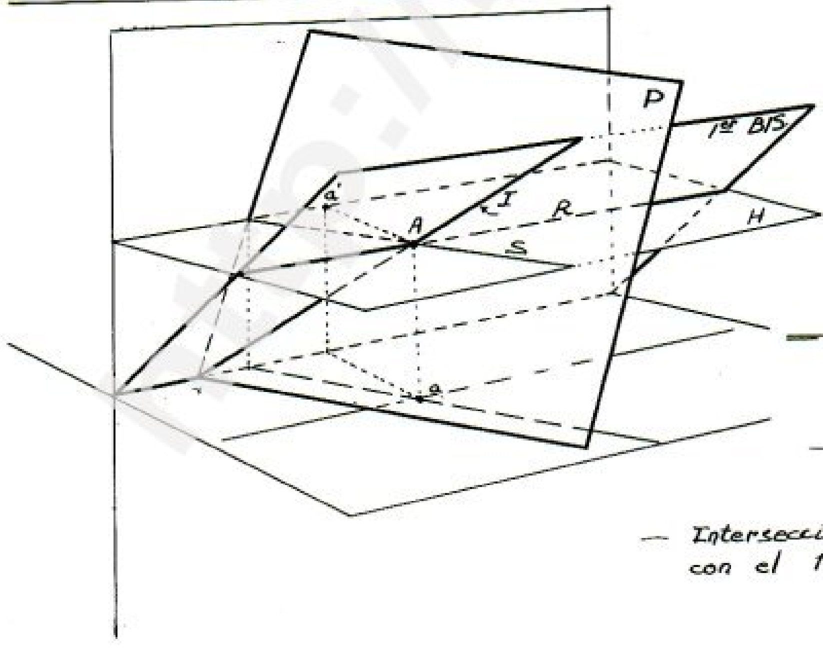


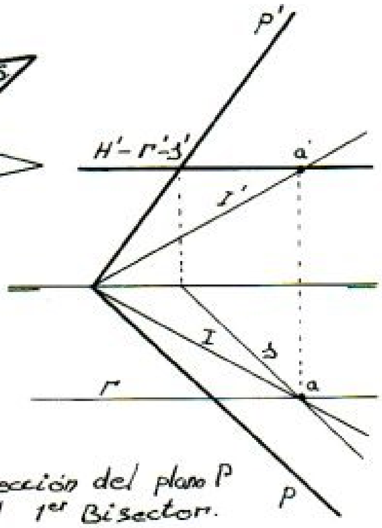


— Recta contenida en un plano P.

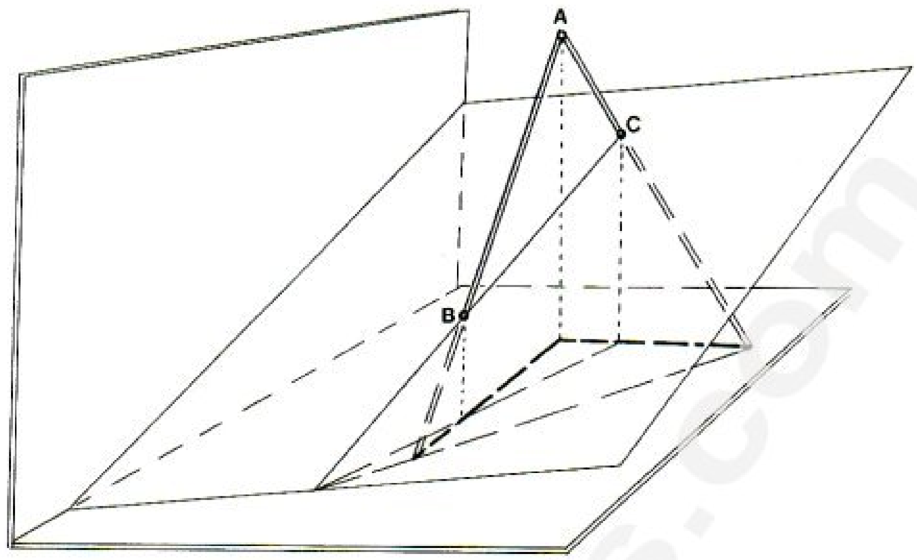


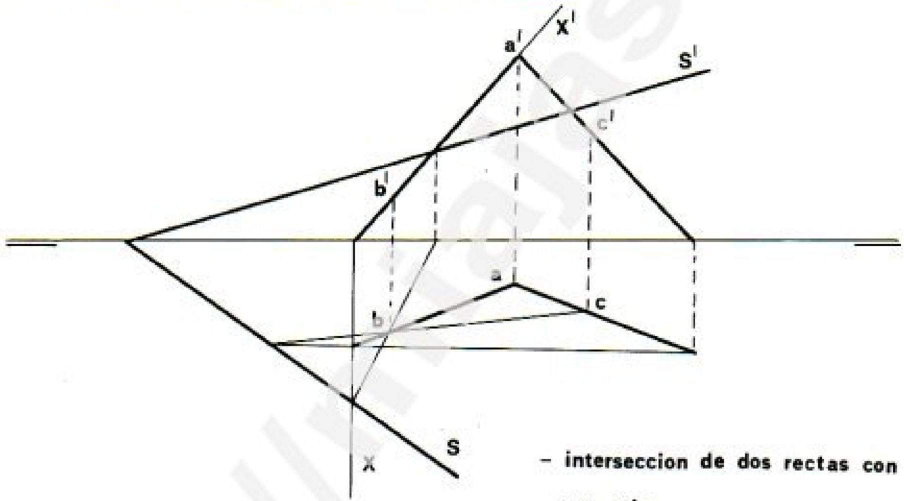




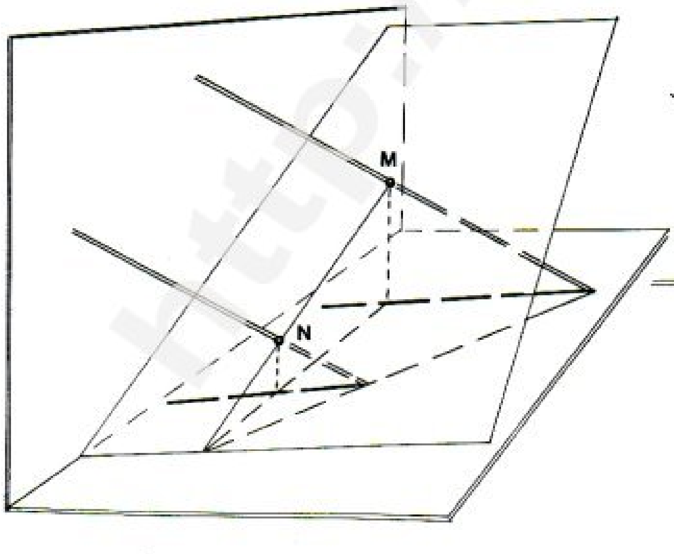


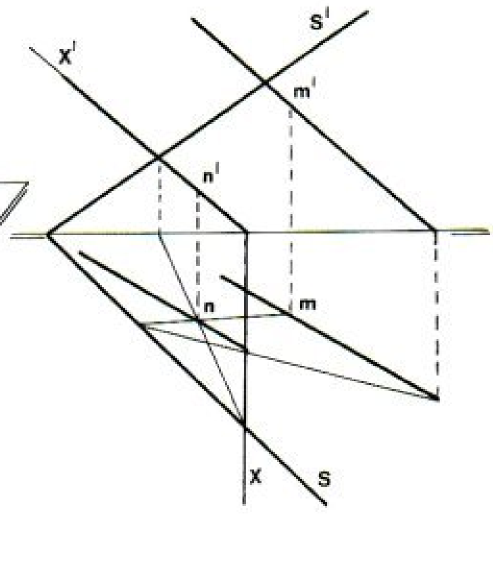
— Intersección del plano P con el 1er Bisector.



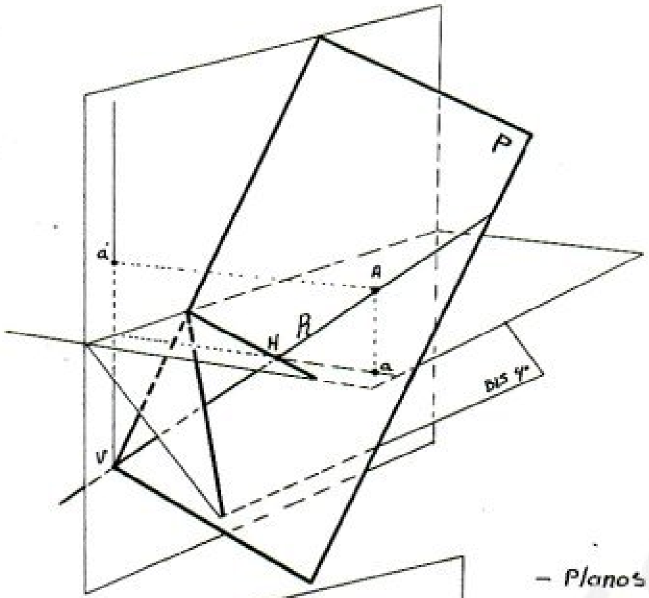


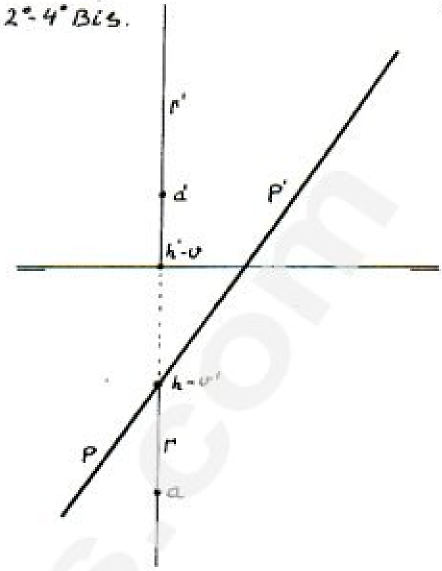
– interseccion de dos rectas con un plano



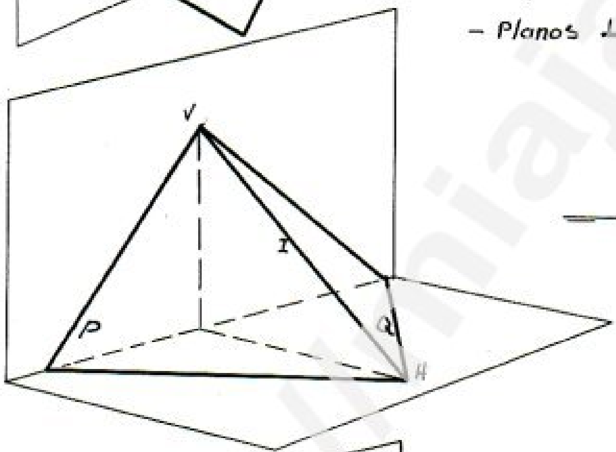


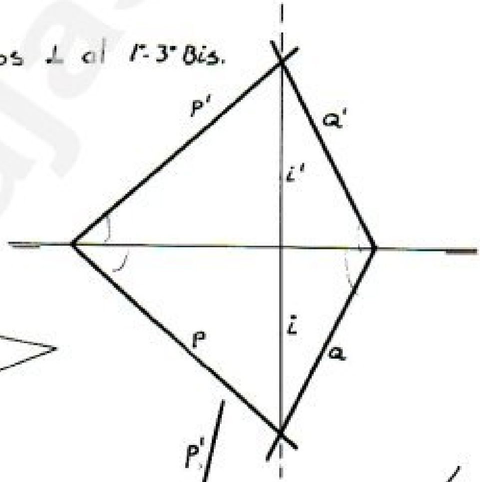
– Plano ⊥ al 2º-4º Bis.

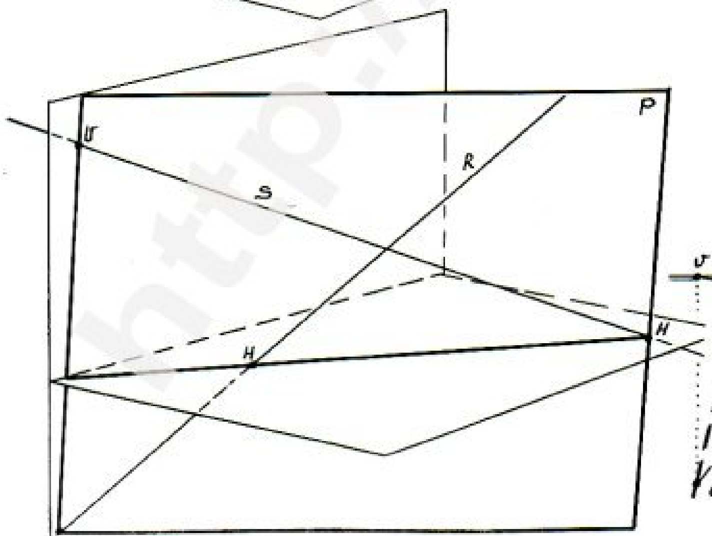


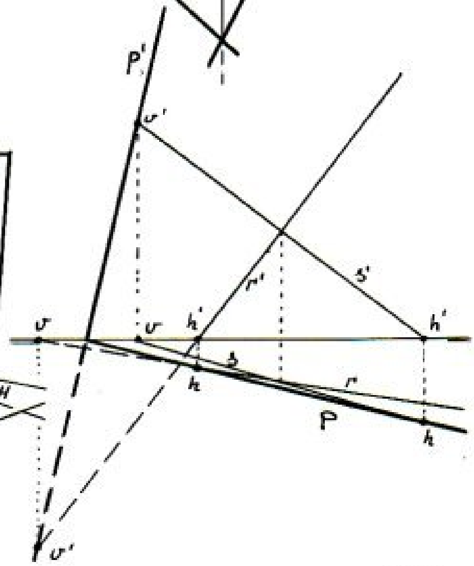


– Planos ⊥ al 1º-3º Bis.



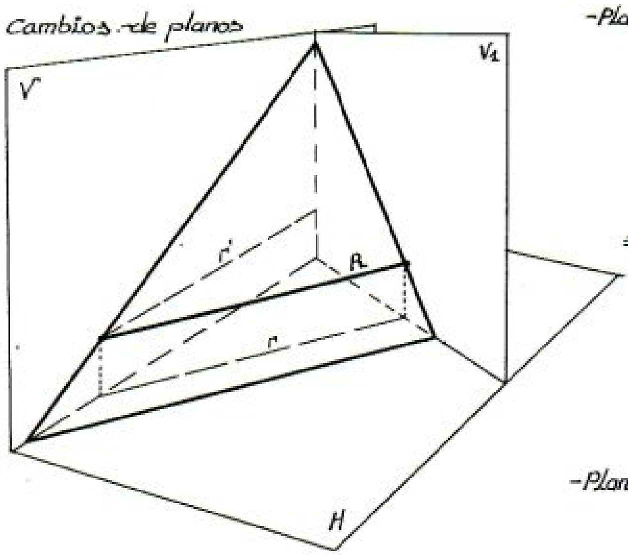




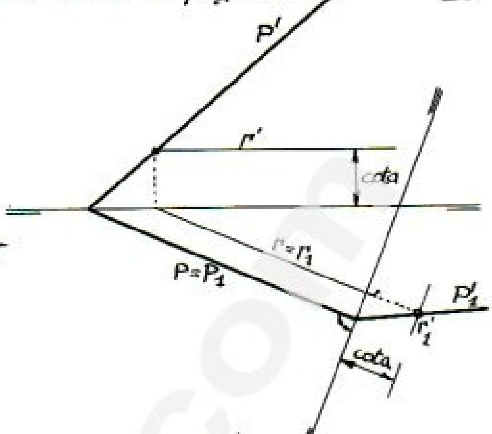


– Plano definido por R y S

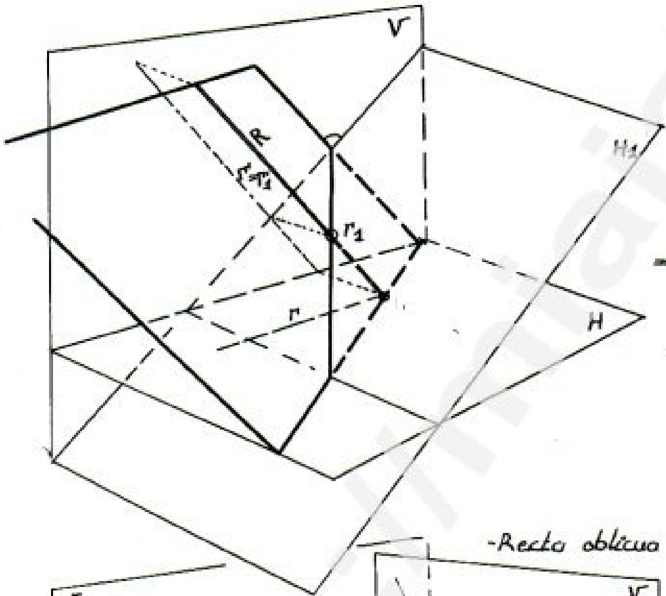
Cambios de planos

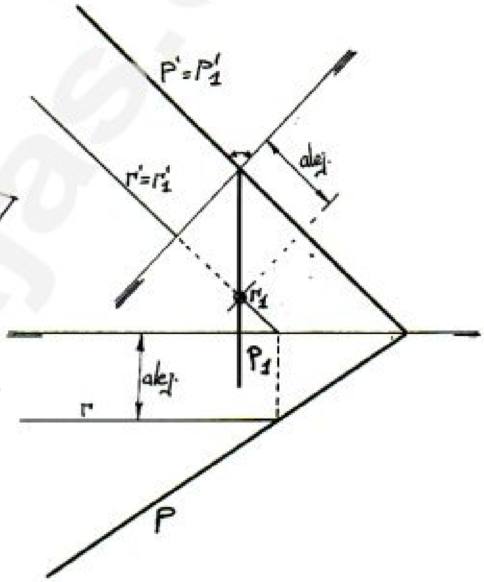


-Plano oblicuo en proy. vertical

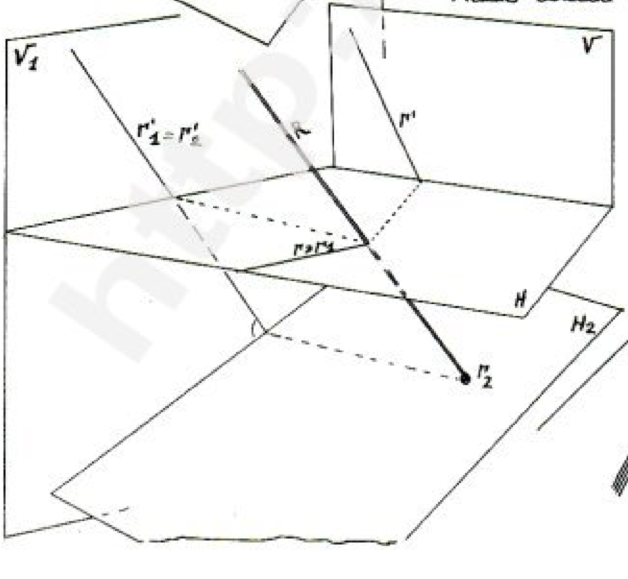


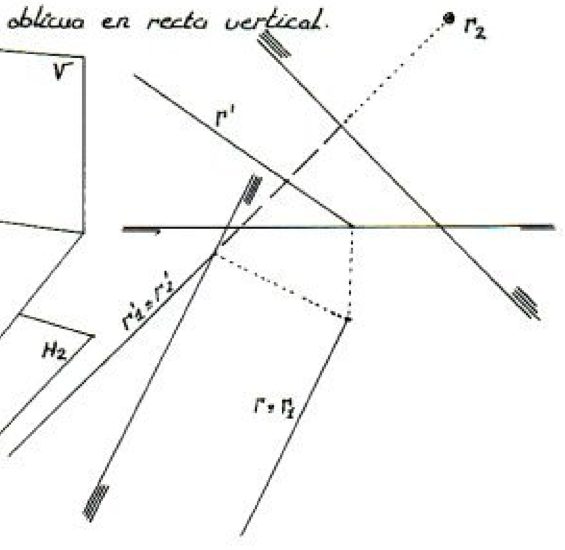
-Plano oblicuo en proy. horiz.



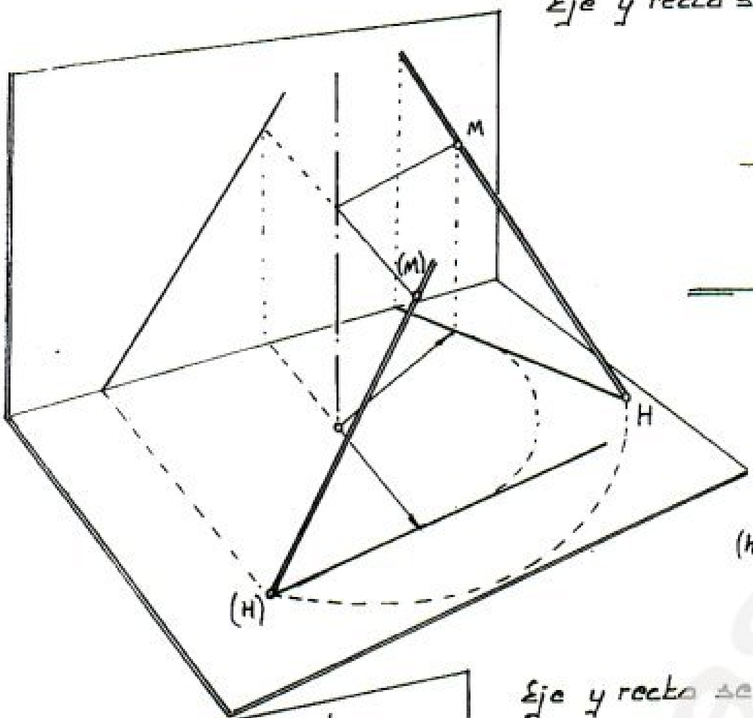


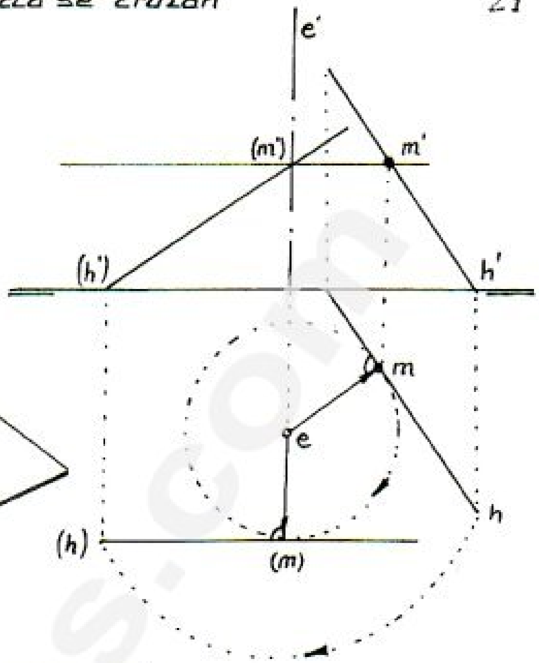
-Recta oblicua en recta vertical.



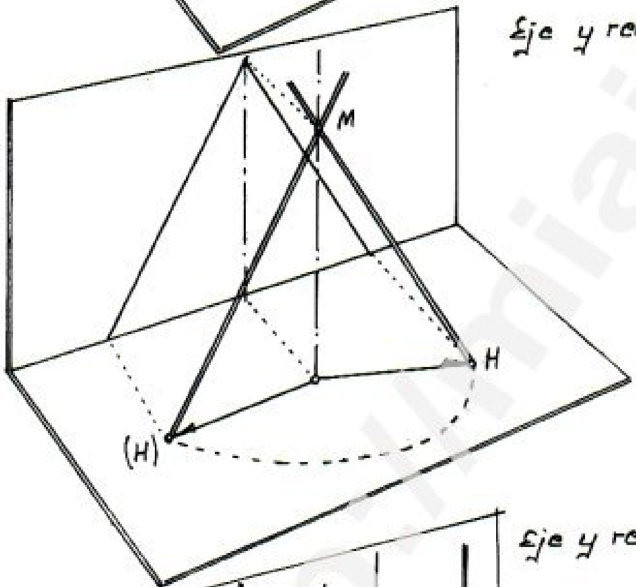


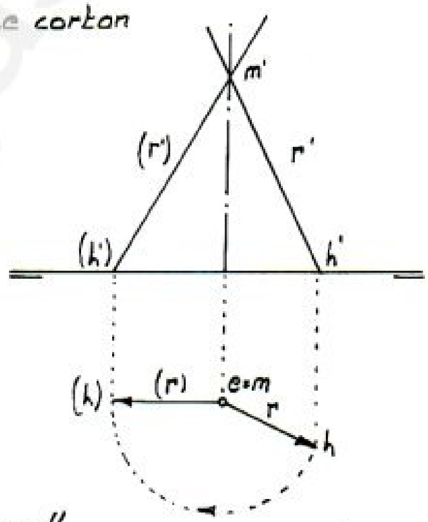
Eje y recta se cruzan



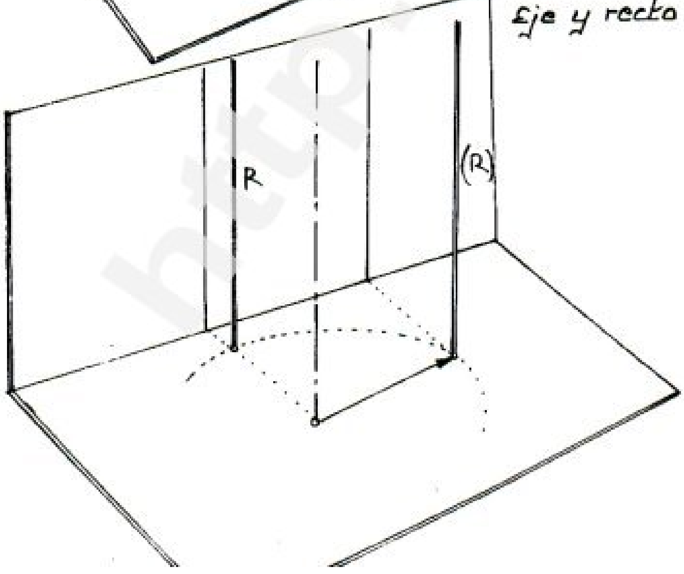


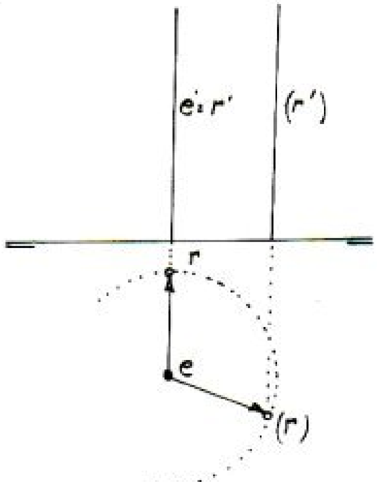
Eje y recta se cortan

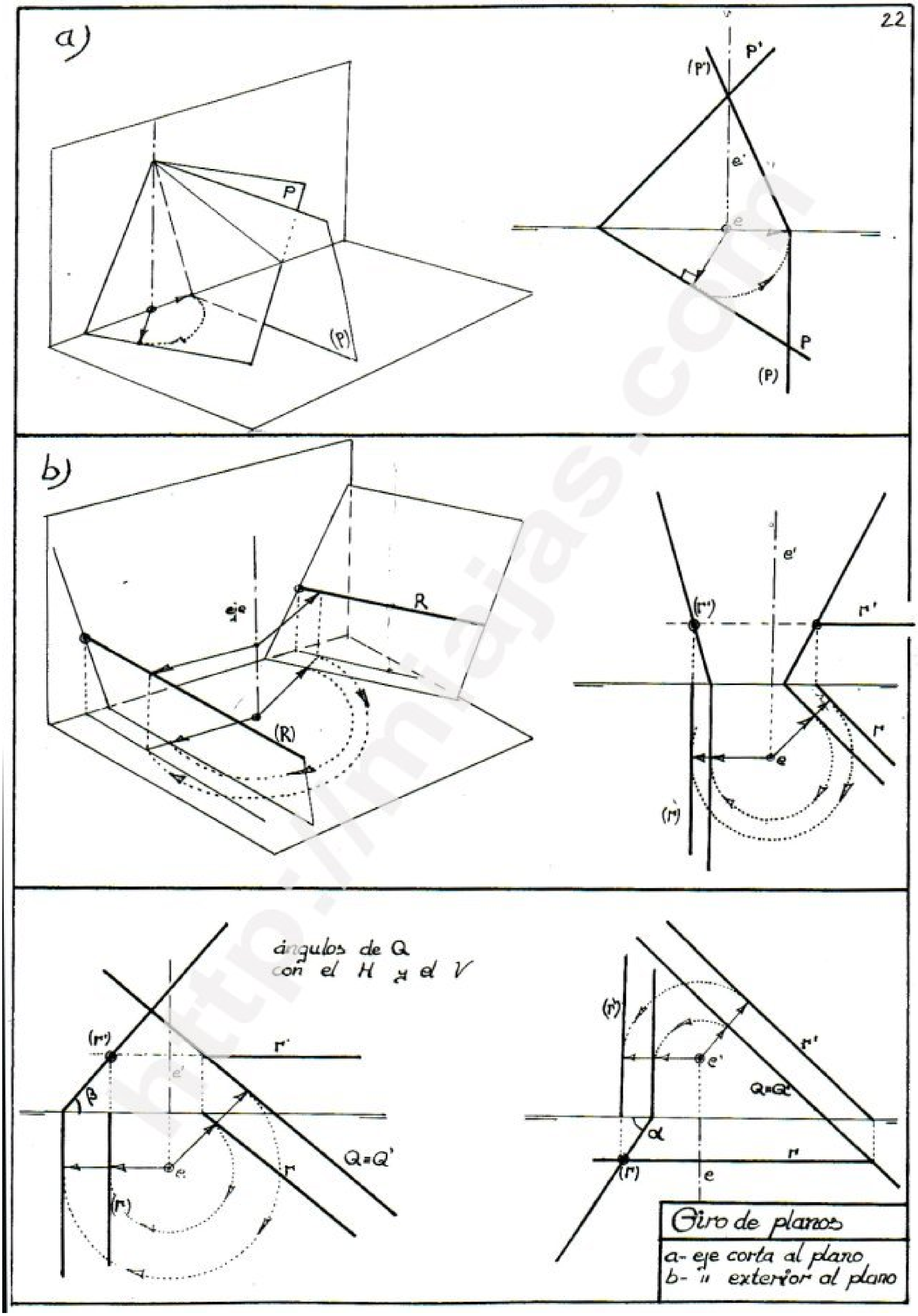


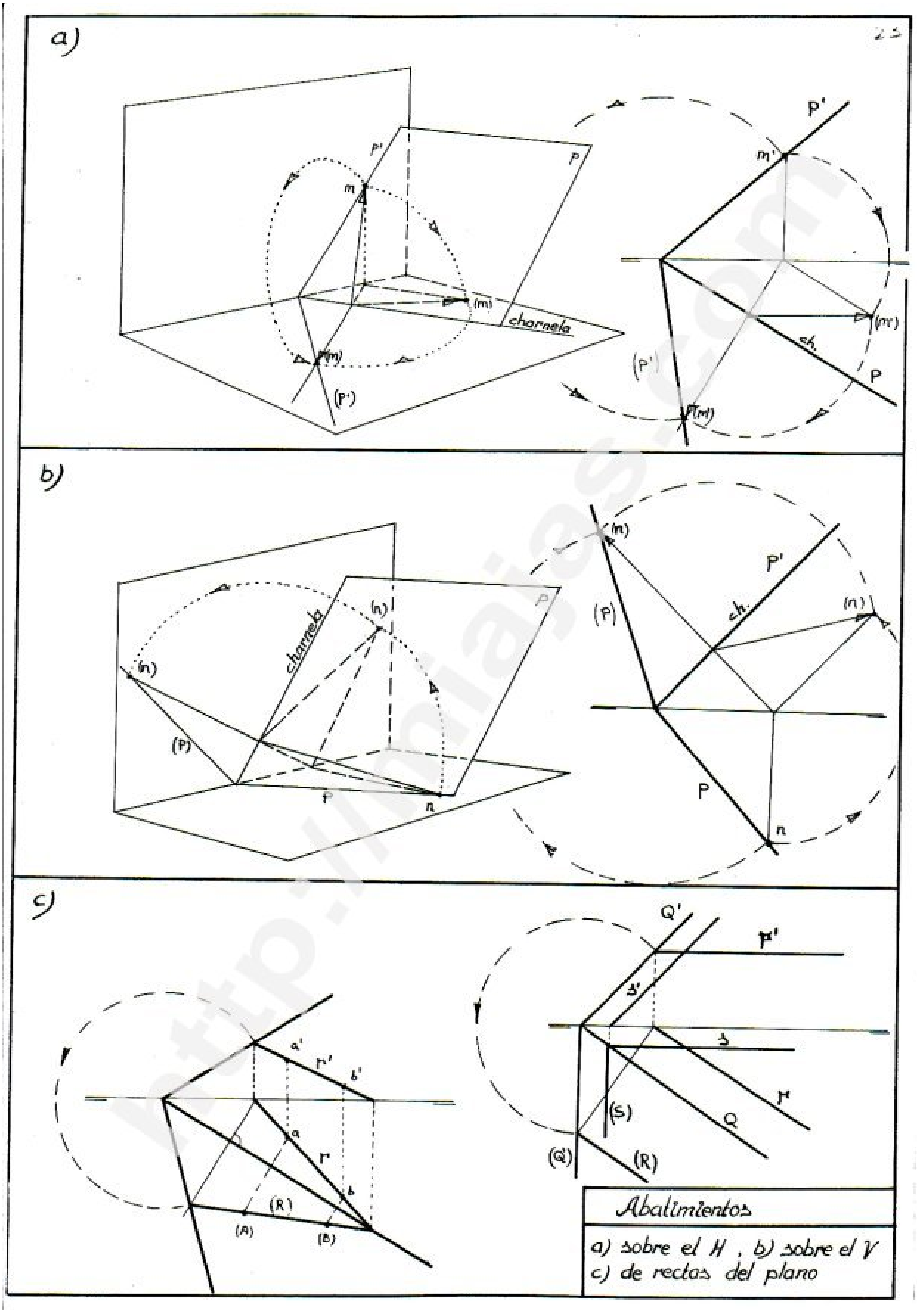


Eje y recta son //

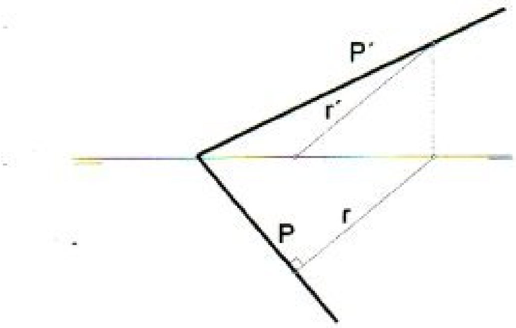


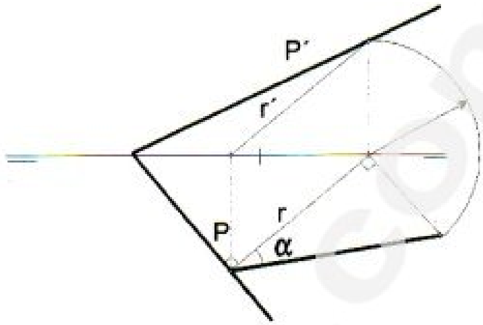



22
a)
P
(P)
P'
(P')
e'
e
b)
eje
R
(R)
(r')
r'
r
(r)
ángulos de Q
con el H y el V
β
Q=Q'
α
Giro de planos
a- eje corta al plano
b- " exterior al plano


23
a)
P'
P
m
(m)
charnela
(P')
m'
(m')
ch.
b)
(n)
n
P
(P)
c)
a'
b'
r'
a
b
r
(R)
(A)
(B)
Q'
s'
s
(S)
(Q)
Q
Abatimientos
a) sobre el H , b) sobre el V
c) de rectas del plano

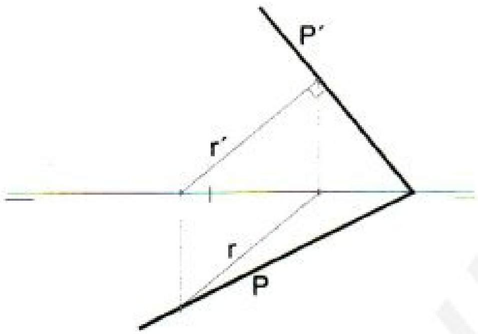
ANGULOS DE RECTAS Y PLANOS

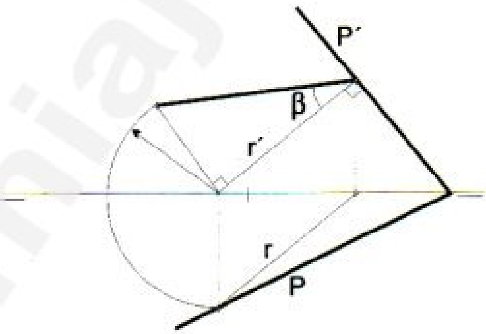




Angulo de un plano oblicuo con el H de proyección: Es el ángulo que forma su recta de máxima pendiente (rmp)

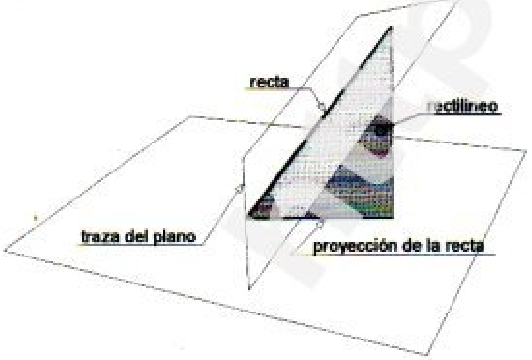
Abatimos sobre el H el triángulo rectángulo que forma la recta de máxima pendiente con su proyección horizontal y obtenemos el ángulo del plano.

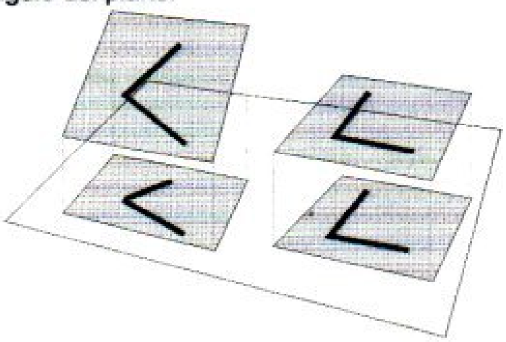




Angulo de un plano oblicuo con el V de proyección: Es el ángulo que forma su recta de máxima inclinación (rmi)

Abatimos sobre el V el triángulo rectángulo que forma la recta de máxima inclinación con su proyección vertical y obtenemos el ángulo del plano.



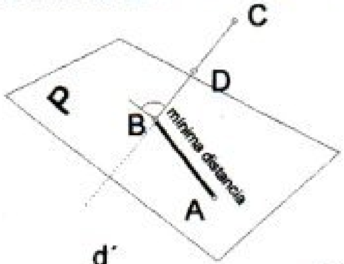


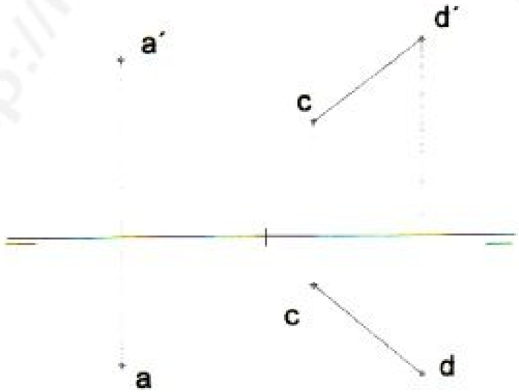
La recta de máxima pendiente de un plano es perpendicular a la traza horizontal del plano, y la de máxima inclinación es perpendicular a la traza vertical del plano (teorema de las tres perpendiculares)

Un ángulo situado en un plano oblicuo se proyecta deformado. Si el plano que define es paralelo al de proyección, se proyecta en verdadera magnitud.

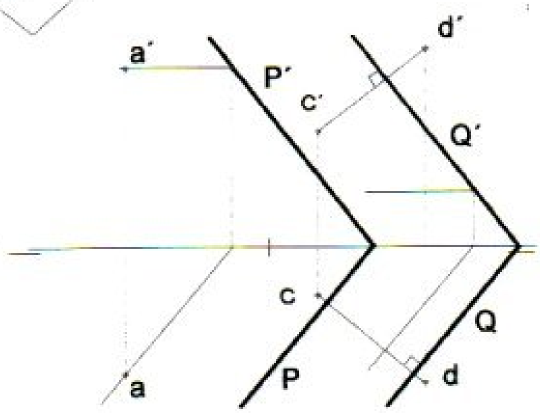
Ejercicios:
1. Plano oblicuo de 30º con el V.
2. Plano paralelo a la linea de tierra de 60º con el H
3. Dibuja 2 rectas que se corten formando un ángulo de 60º
4. Plano oblicuo de 45º con una recta de 60º contenida en él.

MINIMA DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA

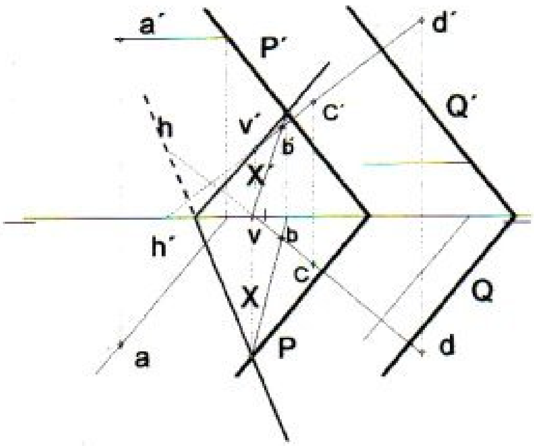




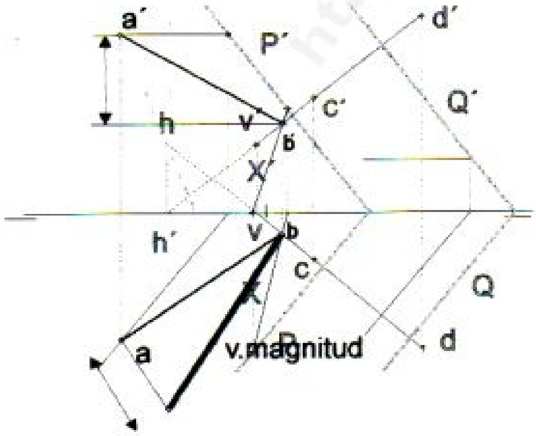
PASOS:
1. Por A trazar un plano P perpendicular a la recta CD.
2. Hallar B intersección de CD con P.
3. La distancia buscada es AB.



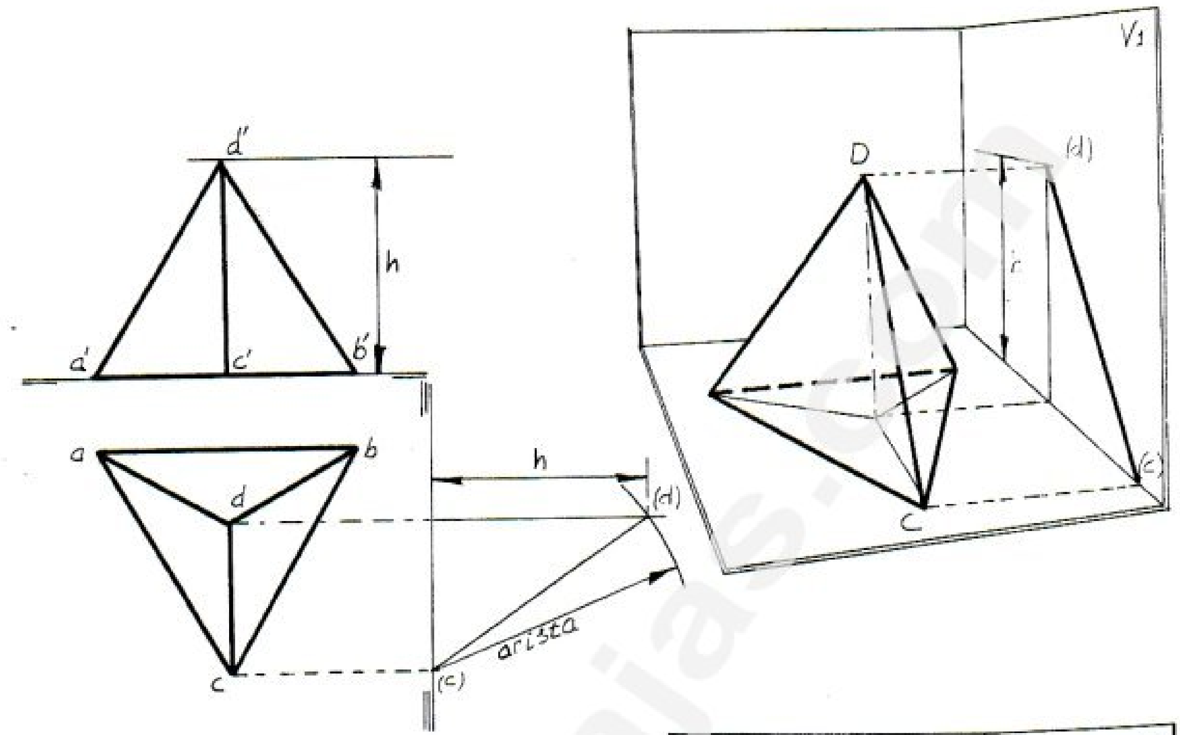
Dibujamos un plano Q perpendicular a la recta CD y una recta horizontal dentro de ese plano. Por el punto A trazamos otro plano P paralelo a Q y por tanto perpendicular a la recta CD

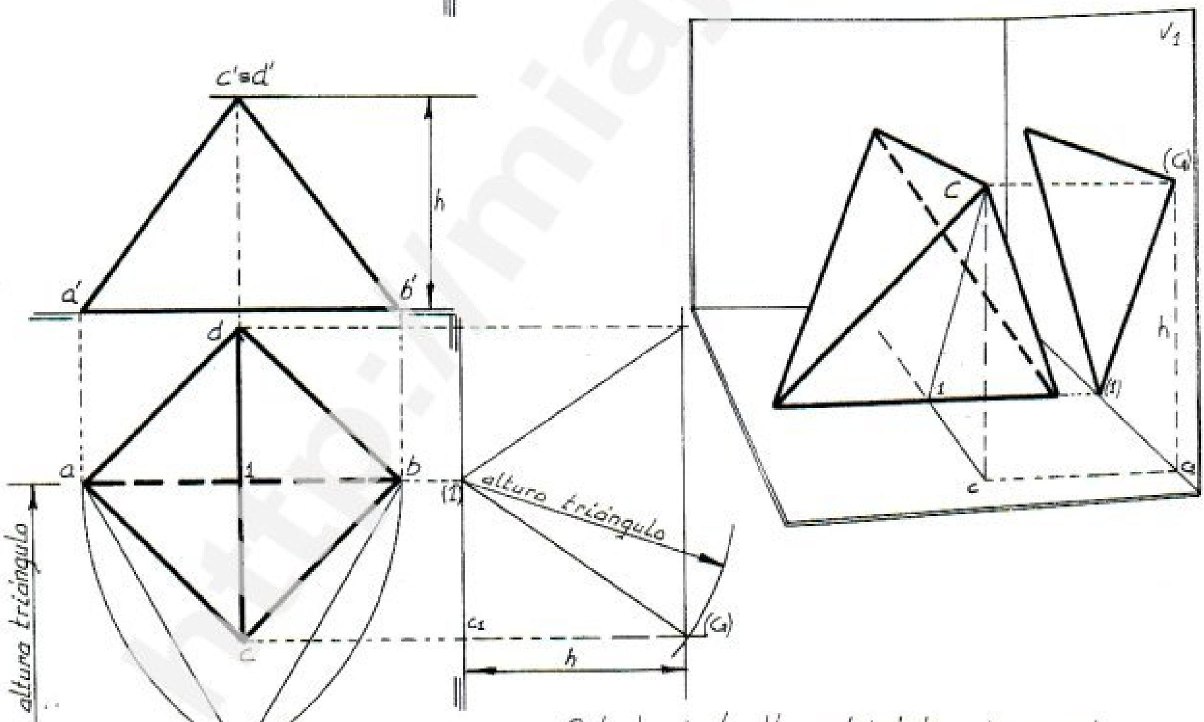


Dibujamos un plano auxiliar (X) que contenga a la recta CD, y hallamos la intersección de esta recta con P (punto B)

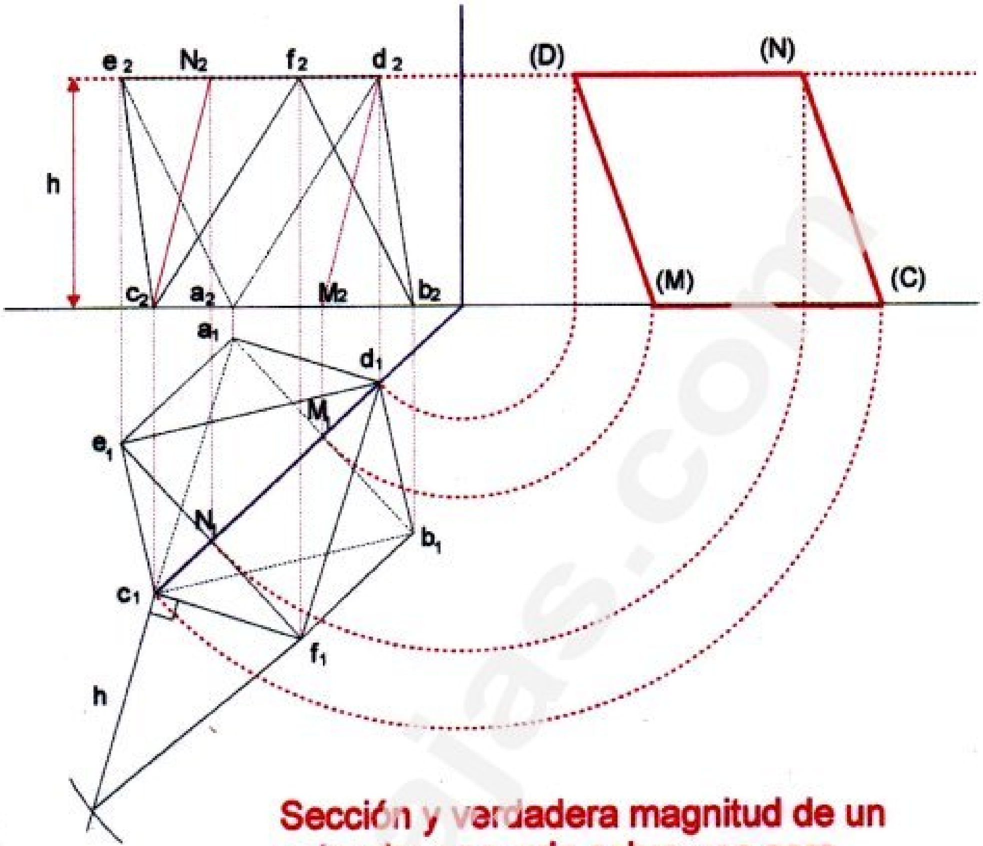


La verdadera magnitud de la distancia AB se obtiene construyendo un triángulo rectángulo que tenga por catetos: la proyección horizontal del segmento y la diferencia de cotas de los puntos.

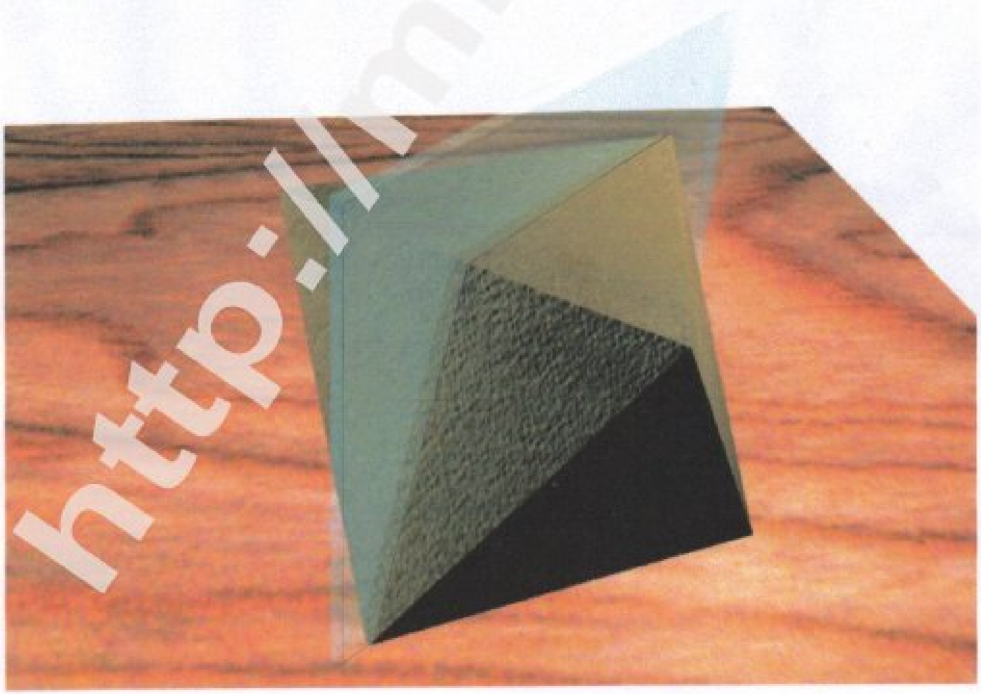




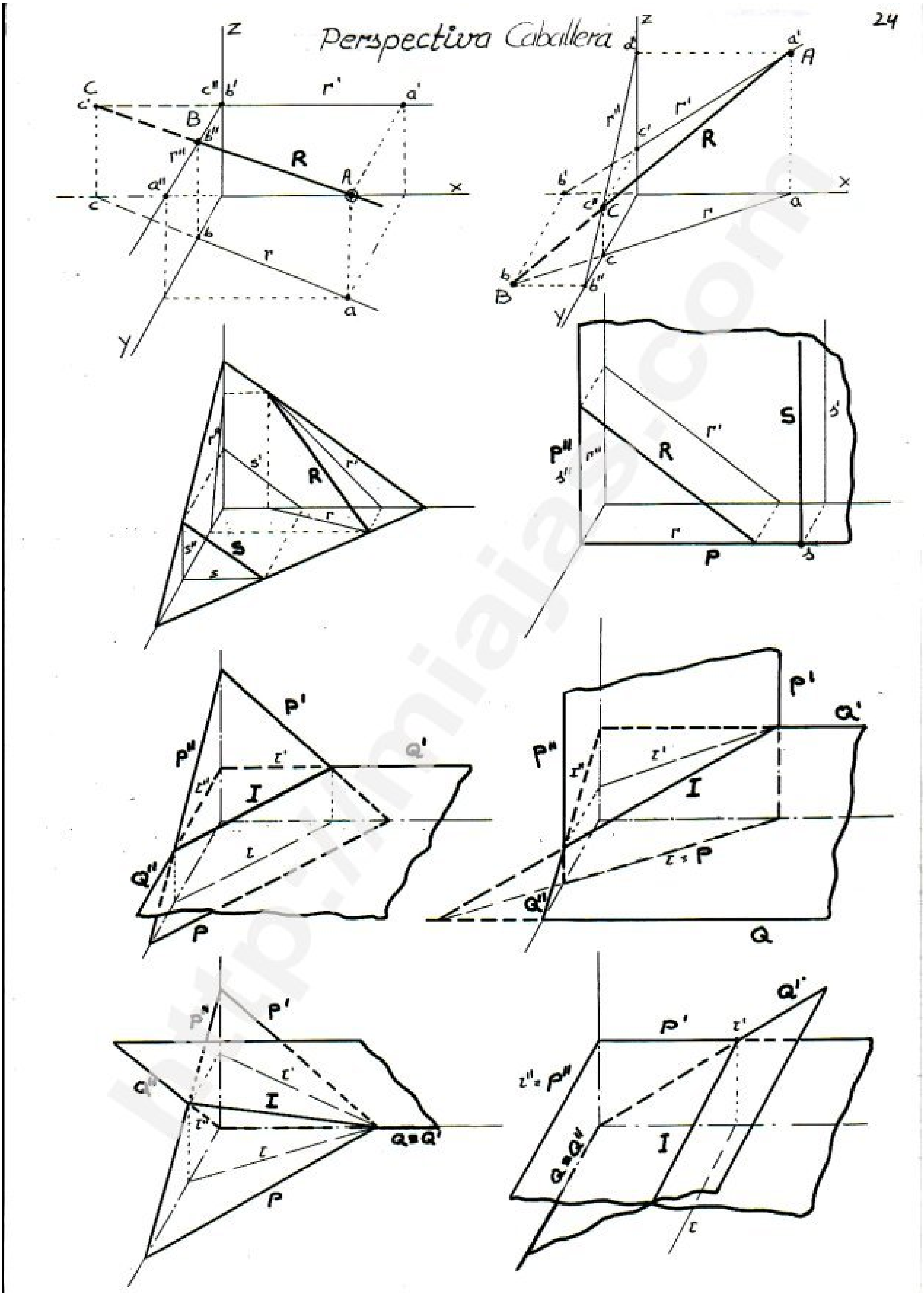
Cálculo de la altura del tetraedro regular

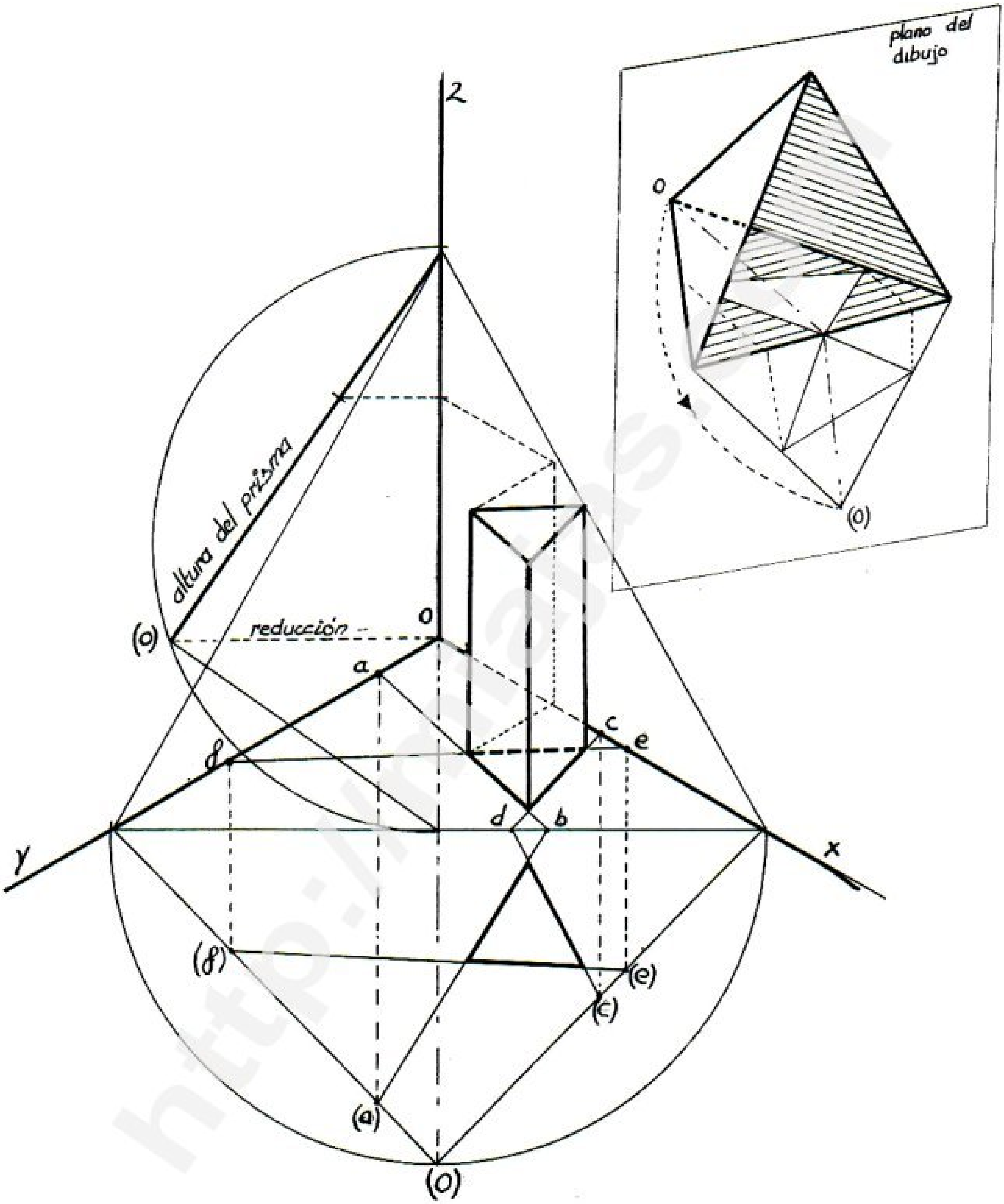


Sección y verdadera magnitud de un octoedro apoyado sobre una cara

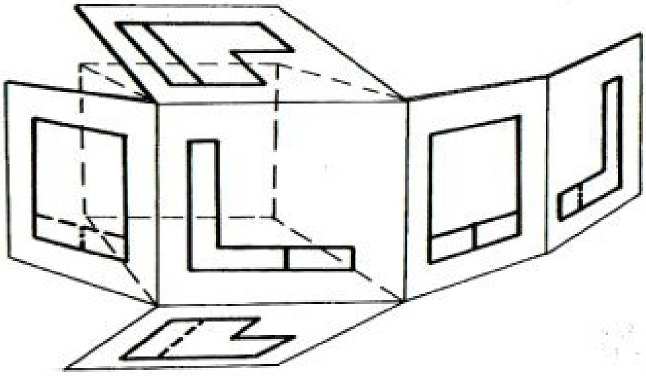


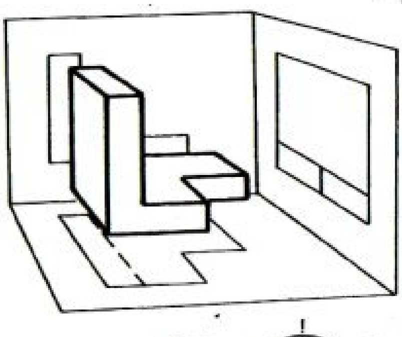
Perspectiva Caballera

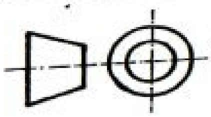




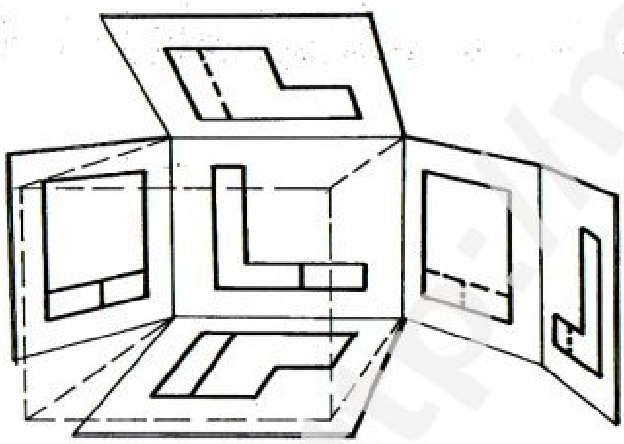
plano del dibujo
o
(o)
z
altura del prisma
reducción
o
(o)
a
f
c
e
d
b
y
x
(f)
(e)
(c)
(a)
(O)

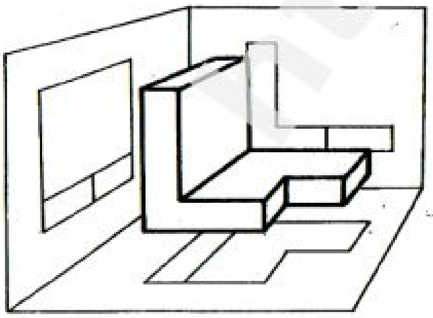


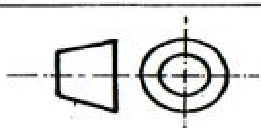




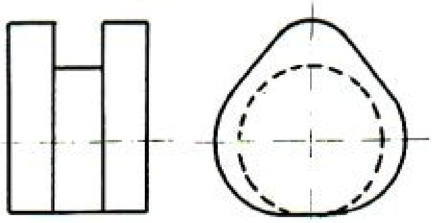
S. Americano



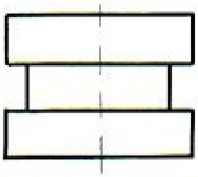


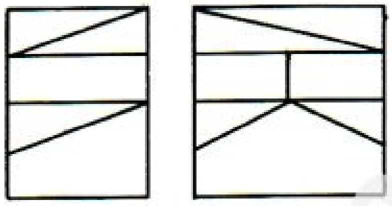


S.Europeo

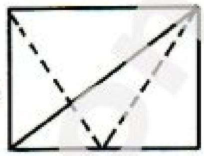


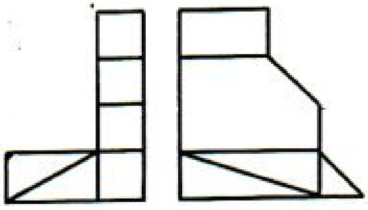
E 2:1
coef. red. 4/5
angulo XOY = 135°



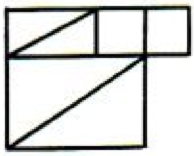


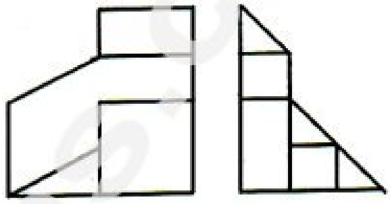
E 2:1
coeficiente 2/3
XOY = 120°

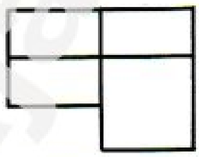




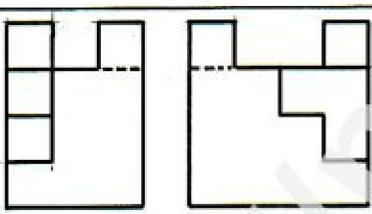
E 2:1
coef = 1/2
XOY = 150°



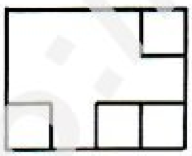


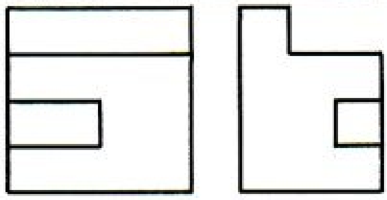


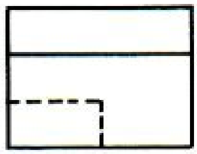
E= 2:1
coef. red. 3/4
XOY = 150°



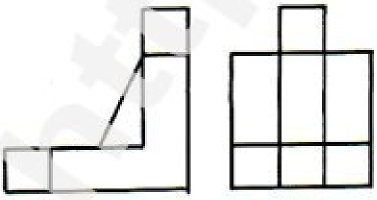
E= 2:1
coef= 4/5
OY = 120°

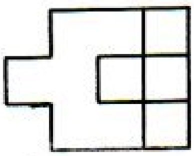




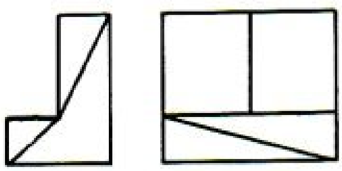


E= 2:1
coef: 2/3
XOY = 300°

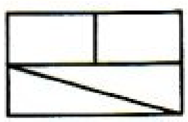


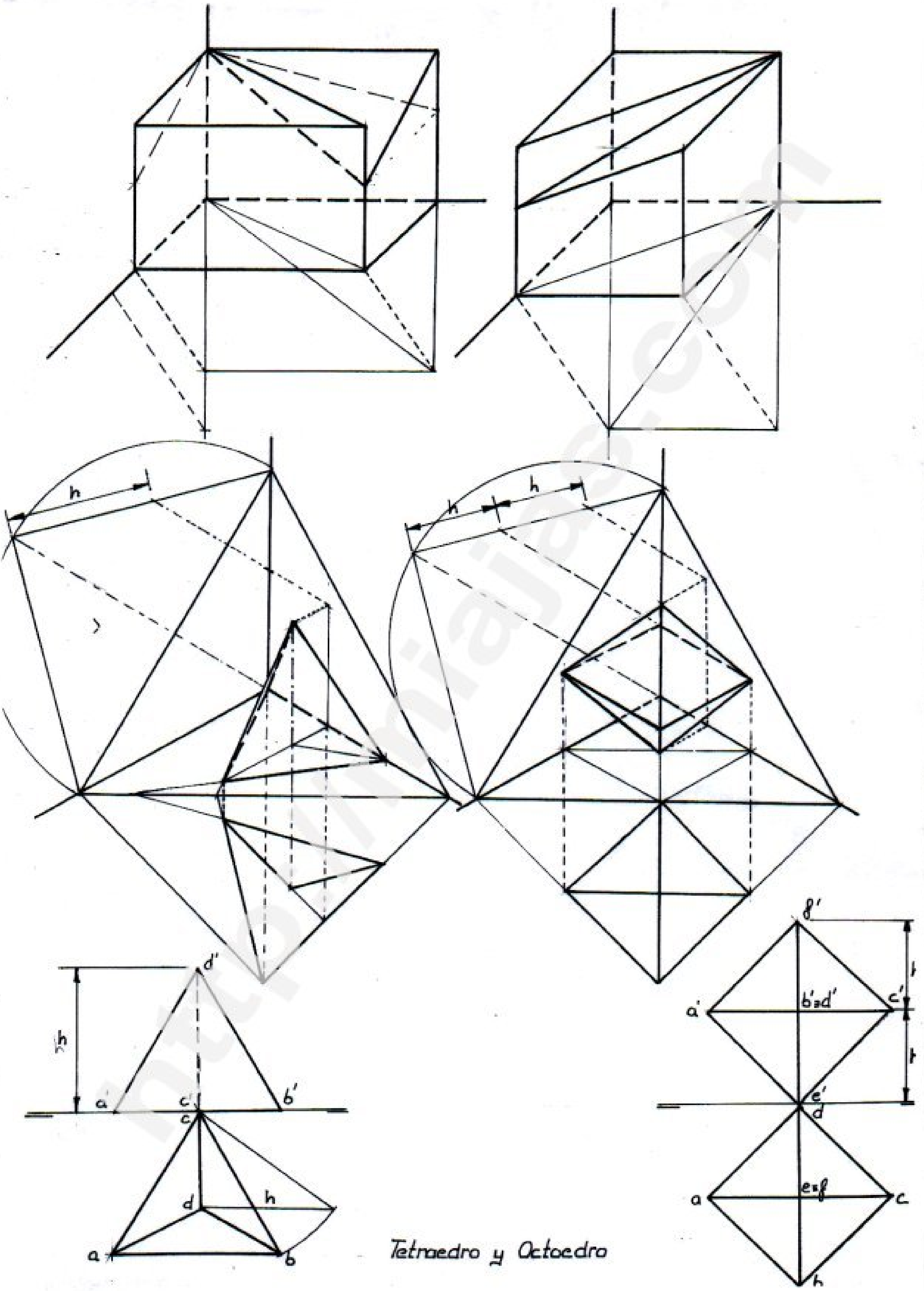


E: 2:1
coef. 3/4
XOY 225°



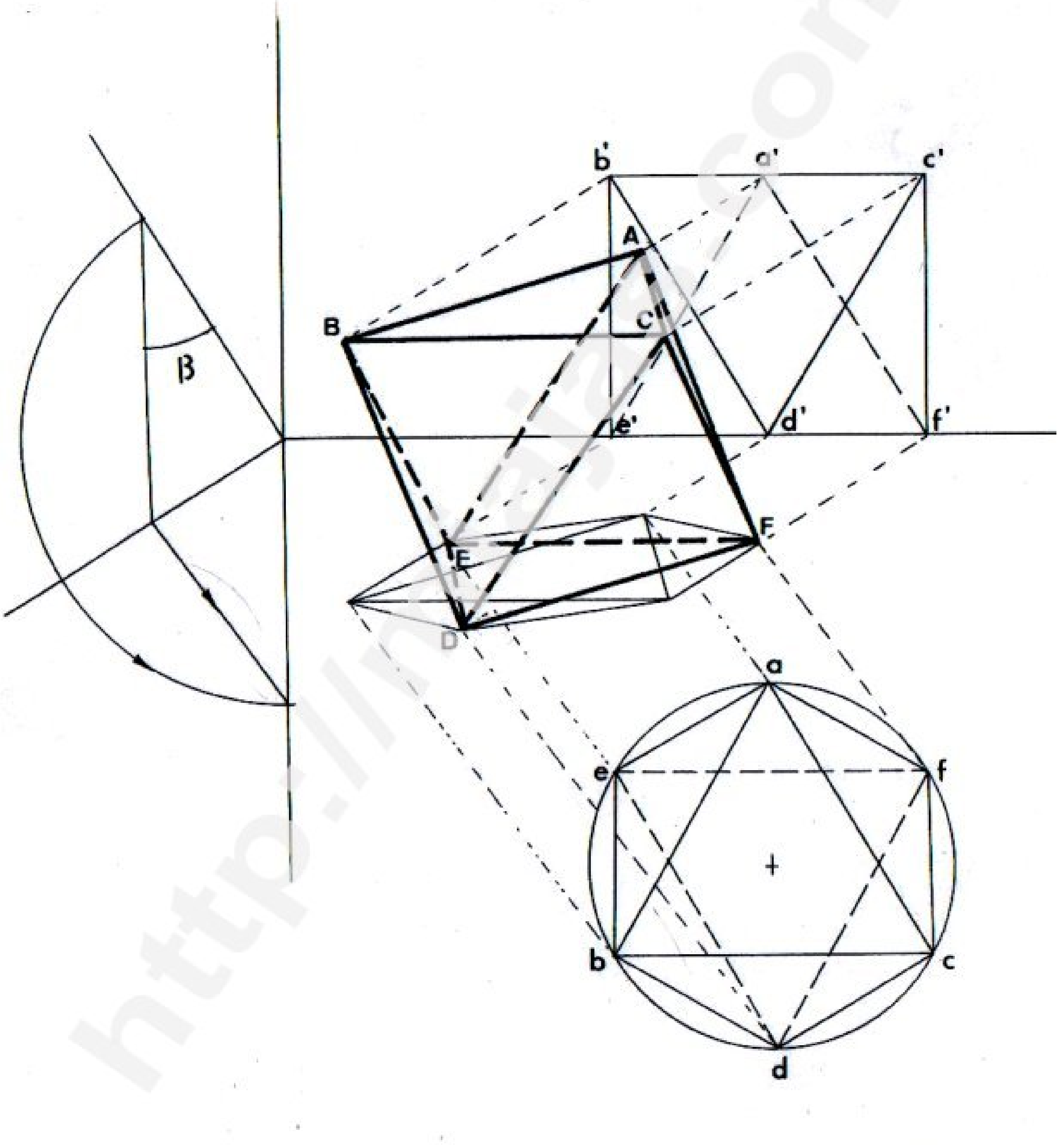
E: 2:1
coef 2/3
XOY 135°





Tetraedro y Octoedro

coeficiente gráfico



OCTAEDRO